

Міністерство освіти і науки України
Херсонська державна морська академія

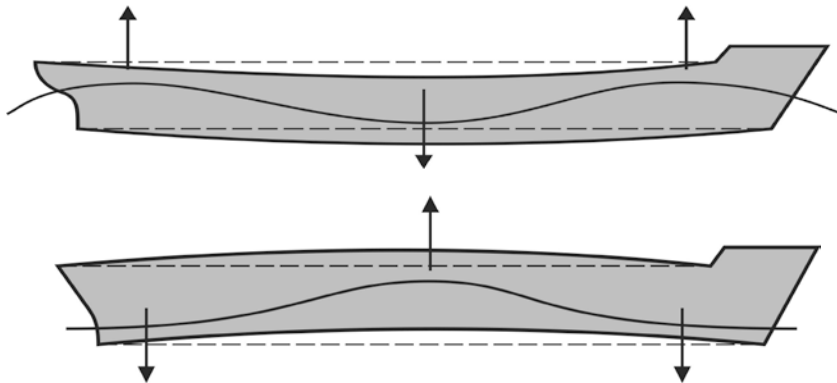
В. В. Івченко

ФІЗИКА ДЛЯ МОРЯКІВ У ПРИКЛАДАХ І ЗАДАЧАХ

Навчальний посібник

Частина I

МЕХАНІКА



Херсон
ХДМА
2021

Рецензенти:

М. В. Ткач – д. ф.-м. н, професор, завідувач кафедри теоретичної фізики та комп'ютерного моделювання Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича;

М. Б. Літвінова – д. пед. н., професор, професор кафедри інформаційних технологій та фізико-математичних дисциплін Херсонської філії Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова;

В. О. Проценко – д. т. н., професор, доцент кафедри транспортних технологій Херсонської державної морської академії

*Рекомендовано до друку вченою радою
Херсонської державної морської академії
(протокол № 10 від 29.04.2021 р.)*

Івченко В. В.

I-17

Фізика для моряків у прикладах і задачах. Механіка : навчальний посібник : у 2 ч. Ч. I / В. В. Івченко. – Херсон : ХДМА, 2021. – 64 с.

Даний навчальний посібник має на меті навчити читачів фізичному мисленню, заснованому на використанні фундаментальних фізичних законів та оволодіти загальнонауковими компетентностями з фізики, встановленими Конвенцією ПДНВ 78/95 та ІМО MODEL COURSE 7.08. Зміст усіх задач підібрано на основі ситуаційно-контекстного методу навчання (розглядаються різні реальні фізичні ситуації, що можуть трапитися у майбутній професійній діяльності фахівця морської галузі). Переважна більшість задач, окрім умови, містять детальний аналіз, розв'язок та висновки, корисні для подальшої практичної діяльності. Посібник апробовано під час викладання курсу фізики в Херсонській державній морській академії.

Посібник призначено для курсантів спеціальності 271 «Річковий та морський транспорт», спеціалізація: «Управління судновими технічними системами і комплексами», «Експлуатація електрообладнання і засобів автоматики». Зміст посібника охоплює 13 основних розділів механіки. Він містить 98 задач та 60 рисунків. Загальний обсяг посібника складає 64 сторінки. Наприкінці його наведено список літератури, корисний для подальшого ознайомлення читача з фізичними проблемами морського транспорту.

УДК 531/534:626.5(075)

© В. В. Івченко, 2021
© ХДМА, 2021

ЗМІСТ

1. Відносність руху.....	4
2. Нерівномірний прямолінійний рух	7
3. Криволінійний рух	10
4. Закони Ньютона. Центр мас тіла і системи тіл	14
5. Сили в природі.....	19
6. Всесвітнє тяжіння. Неінерціальні системи відліку.....	24
7. Робота і енергія. Імпульс. Закони збереження в механіці	30
8. Динаміка обертального руху тіла	38
9. Статика.....	42
10. Механіка рідин і газів	46
11. Механічні коливання	53
12. Механічні хвилі	56
13. Механічні властивості твердих тіл.....	60
14. Література.....	63

1. Відносність руху

1. Штурман намагається провести судно в тумані через вузький прохід. А) йому відомо, що прохід лежить у північно-східному напрямку під кутом $\alpha = 45^\circ$ до меридіану й що океанська течія зносить судно на схід зі швидкістю $v_0 = 5 \text{ м/с}$. Гвинт надає судну швидкості $v' = 5 \text{ м/с}$ у напрямку вперед (лагова швидкість). В якому напрямку штурман повинен вести судно, користуючись своїм компасом? Б) Уявіть собі, що прохід поміж рифами спрямований у північному напрямку; швидкість течії, що спрямована на схід, $v_0 = 5 \text{ м/с}$; швидкість, що надається судну гвинтом $v' = 9 \text{ м/с}$. Виконайте побудову і покажіть, в якому напрямку штурман повинен вести судно по компасу. Доведіть, що судно можна провести через прохід тільки у тому випадку, коли судновий двигун розвиває швидкість v' , більшу за 5 м/с .

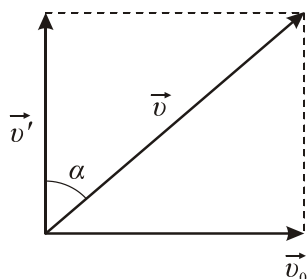


Рис. 1.1

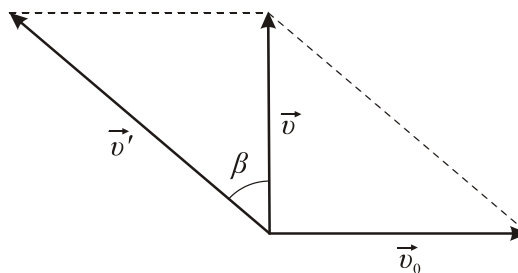


Рис. 1.2

Для розв'язання даної задачі застосуємо закон додавання швидкостей: швидкість відносно нерухомої системи відліку \vec{v} (у даному випадку це швидкість відносно рифів) дорівнює векторній сумі відносної швидкості \vec{v}' (у даному випадку це швидкість судна відносно течії або лагова швидкість) та переносної швидкості \vec{v}_0 (у даному випадку це швидкість течії). Для того, щоб результат векторної суми $\vec{v}' + \vec{v}_0$ двох однакових за модулем векторів був спрямований під кутом 45° до напрямку меридіану у північно-східному напрямку, ці вектори мають бути перпендикулярними (рис. 1.1).

У випадку, коли результуюча швидкість \vec{v} має бути спрямована на північ, векторна побудова трикутника швидкостей має вигляд, зображений на рис. 1.2. Із прямокутного трикутника матимемо: $\sin \beta = v_0/v' = 5/9$, звідки $\beta = \arcsin(5/9) = 33^\circ 45'$. Отже, у цьому випадку штурман повинен спрямувати судно у північно-західному напрямі. Для того, щоб судно можна було провести через північний прохід, складова лагової швидкості \vec{v}' у західному напрямку (як катет прямокутного «трикутника швидкостей») має дорівнювати 5 м/с . Тому модуль вектора \vec{v}' (як гіпотенуза прямокутного «трикутника швидкостей») повинен бути більшим за 5 м/с .

2. З двох портів A і B , відстань між якими дорівнює l , одночасно виходять два судна, одне з яких пливе із швидкістю \vec{v}_1 , а інше – із швидкістю \vec{v}_2 . Напрямок руху першого корабля складає кут α , а другого – кут β з лінією AB (рис. 1.3). Якою буде найменша відстань між кораблями?

У системі координат, що рухається відносно Землі зі швидкістю \vec{v}_1 , корабель A знаходиться у стані спокою, а корабель B рухається зі швидкістю $\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$, (рис. 1.4). Мінімальна відстань між кораблями дорівнює довжині перпендикуляра AK , опущеного на траєкторію корабля B . Позначимо кут, що утворюється вектором \vec{v} з лінією BA . Тоді $AK = l \sin \varphi$. Оскільки $\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$, то спроектувавши всі вектори на взаємно перпендикулярні вісі Ox та Oy , отримаємо:

$$v \cos \varphi = v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta, \quad v \sin \varphi = v_2 \sin \beta - v_1 \sin \alpha.$$

Звідси

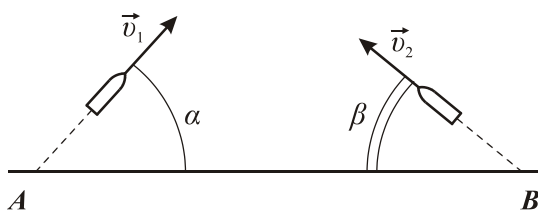


Рис. 1.3

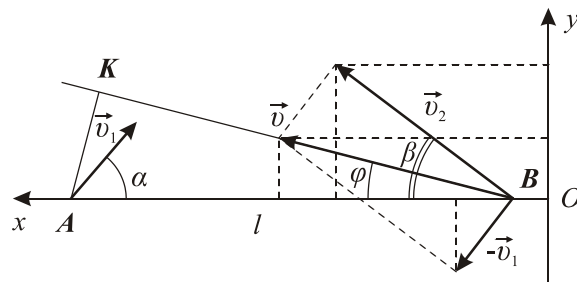


Рис. 1.4

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{v_2 \sin \beta - v_1 \sin \alpha}{v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta}.$$

Виражаючи далі $\sin \varphi$ через $\operatorname{tg} \varphi$ (зробіть це самостійно) знаходимо AK .

3. Два судна йдуть прямими курсами, які розходяться між собою під кутом α (рис. 1.5). Швидкість одного судна дорівнює \vec{v}_1 . Яку швидкість \vec{v}_2 має мати друге судно, щоб перше судно весь час знаходилося в нього на траверсі (тобто на перпендикулярі до його курсу)? З якою швидкістю буде при цьому збільшуватися відстань між суднами?

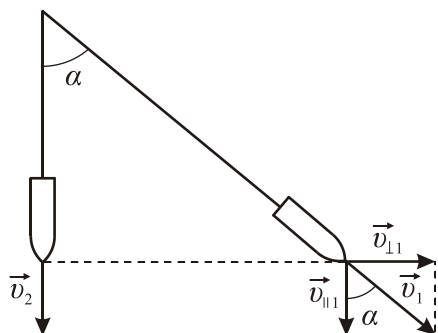


Рис. 1.5.

Розкладемо вектор швидкості першого судна на дві складові: паралельну до швидкості другого судна – $\vec{v}_{\parallel} = \vec{v}_1 \cos \alpha$ та перпендикулярну їй – $\vec{v}_{\perp} = \vec{v}_1 \sin \alpha$ (рис. 1.5). Для того, щоб перше судно знаходилося на траверсі другого, модуль швидкості другого судна має дорівнювати модулю поздовжньої складової швидкості першого судна: $v_2 = v_1 \cos \alpha$. Модуль поперечної складової швидкості першого судна $v_1 \sin \alpha$ буде визначати швидкість розходження суден.

4. Судновий радіолокатор надсилає 1000 імпульсів за секунду. Визначте дальність дії цього радіолокатора.

При імпульсному методі радіолокації передавачі РЛС генерують коливання у вигляді короткочасних імпульсів, за якими слідує порівняно тривалі паузи (проміжки часу) тривалістю τ в яких відбувається прийом відбитих імпульсів прийомним пристроєм тієї ж РЛС. Таким чином, імпульсна робота РЛС дає можливість розділити в часі потужний зондуючий імпульс, що випромінюється передавачем і значно менш потужний ехо-сигнал. Вимірювання дальності до цілі зводиться до вимірювання відрізка часу t між моментом випромінювання імпульсу і моментом прийому, тобто часом руху імпульсу до цілі і назад. Цей проміжок часу, вочевидь, дорівнює $2d/c$, де d – відстань до об'єкта; c – швидкість світла у вакуумі. Зрозуміло, що t повинно бути не більшим ніж τ , причому рівність цих величин має відповідати як раз максимальній дальності дії радіолокатора d_{\max} . Тому

$$d_{\max} = c\tau/2. \text{ За умов даної задачі } \tau = 0,001 \text{ с. Тоді } d_{\max} = 150 \text{ км.}$$

5. За допомогою радіолокаційної апаратури встановлено пеленг Π_0 та відстань r_0 до судна, яке йде незмінним курсом k_2 зі швидкістю, що за модулем дорівнює v_2 . З яким модулем v_1 власної швидкості і яким курсом k_1 має рухатися катер лоцмана, щоб зустріти судно через час t ? Задачу розв'язати графічно й аналітично. В області

руху судна течія відсутня. $k_2 = 320^\circ$, $r_0 = 6$ морських міль, $\Pi_0 = 68^\circ$, $v_2 = 2$ вузли, $t = 30$ хвилин.

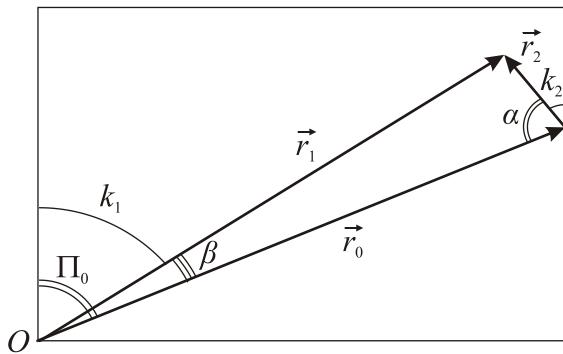


Рис. 1.6.

Розв'яжемо задачу спочатку графічним методом. Нехай O – початкове положення катера лоцмана. З точки O спрямуємо вектор \vec{r}_0 довжиною 6 умовних одиниць під кутом $\Pi_0 = 68^\circ$ до вертикалі за рухом годинникової стрілки (рис. 1.6). Кінець цього вектора визначатиме початкове положення другого судна. За півгодини при заданій швидкості це судно пройде одну морську милю, оскільки 1 вузол = 1 морська міля/год. Тому з кінця першого вектора слід накреслити другий вектор \vec{r}_2 одиничної довжини під кутом 320° від вертикалі (або 40° від вертикалі, але проти руху годинникової стрілки). Кінець вектора \vec{r}_2 є положенням другого судна через 30 хвилин. Накреслимо далі третій вектор \vec{r}_1 , з початком в точці O та кінцем, що співпадає з кінцем другого вектора. Довжина вектора \vec{r}_1 є відстанню, яку повинен пройти катер лоцмана для того, щоб зустріти друге судно через 0,5 години. Якщо виміряти довжину третього вектора \vec{r}_1 і поділити її на цей час, то отримаємо шуканий модуль швидкості v_1 в морських милях за годину. Маємо $v_1 = 11,5$ морських міль/год або 11,5 вузлів. Вимірюємо кут між вектором \vec{r}_1 і вертикаллю. Це й буде шуканий курс катера: $k_1 = 58^\circ$.

Перейдемо тепер до аналітичного розв'язку цієї задачі. Розглянемо трикутник, складений з векторів \vec{r}_0 , \vec{r}_2 та \vec{r}_1 (рис. 1.6). За умовою задачі матимемо: $r_0 = 6$ морських міль, $r_2 = v_2 t = 1$ морська міля. З рис. 1.6 слідує, що кут $\alpha = 180^\circ - 40^\circ - 68^\circ = 72^\circ$. Тоді, користуючись теоремою косинусів дістанемо:

$$r_1 = \sqrt{r_0^2 + r_2^2 - 2r_0 r_2 \cos \alpha} = 5,769904 \text{ морських міль.}$$

Звідси $v_1 = r_1/t = 11,53981$ вузлів. Для знаходження курсу k_1 знову застосуємо теорему косинусів. Знайдемо кут β : $\cos \beta = (r_0^2 + r_1^2 - r_2^2)/2r_0 r_1 = 10^\circ$. Тоді $k_1 = \Pi_0 - \beta = 58^\circ$.

6. Відносна швидкість судна (швидкість судна відносно води) називають лаговою швидкістю, оскільки вона вимірюється за допомогою спеціальних приладів – суднових лагів. У давнину в якості лага використовувався (і використовується донині на невеликих суднах) ручний, або секторний лаг. Він є дошкою трикутної форми (сектор) з прив'язаною до неї мотузкою (ліном, лагліном) і вантажем. На ліні на однаковій відстані один від одного, рівної 1/120 морської мілі, зав'язуються вузли. Дошка викидається за корму і перераховується кількість вузлів, що пішли за борт за певний час (зазвичай 15 секунд або 1 хвилину). Звідси пішла назва вимірювання швидкості судна у вузлах.

Припустимо, що за 15 хвилин з корми судна було випущено 240 вузлів. Швидкість океанської течії $v_0 = 2$ вузли; спрямована вона в бік протилежний до напрямку руху судна. З якою абсолютною швидкістю (швидкістю відносно морського дна рухається судно)?

Відстань l , яку пройшло судно за 15 хвилин дорівнюватиме $240/120 = 2$ морських мілі. Тоді модуль лагової швидкості $v' = l/t = 8$ вузлів. Користуючись законом додавання швидкостей, у підсумку дістанемо: $v = 6$ вузлів.

2. Нерівномірний прямолінійний рух

1. Судно рухається вздовж осі Ox . Проекція переміщення на цю вісь змінюється за законом: $S_x(t) = At + Bt^2 - Ct^3$, де $A = 5$ вузлів, $B = 1$ вузол/год, $C = 1/3$ вузол/год². В який момент часу ця величина набуде максимального значення? Чому воно дорівнюватиме? Якими будуть проекції миттєвих швидкості і прискорення в цей момент часу?

Як відомо з математики, необхідною умовою точки екстремуму функції однієї змінної є обернення в ній в нуль першої похідної функції. В нашому випадку така умова має вигляд: $S'_x(t) = A + 2Bt - 3Ct^2 = 0$. Розв'язуючи отримане квадратне рівняння відносно часу t , отримаємо: $t_{1,2} = \left(B \mp \sqrt{B^2 + 3AC} \right) / 3C$. Скориставшись числовими значеннями коефіцієнтів A , B , C , дістанемо: $t_1 \approx -1,45$ год, $t_2 \approx 3,45$ год. Достатньою умовою існування максимуму функції є додатне значення другої похідної у підозрілій на екстремум точці: $S''_x(t_{\text{п}}) < 0$. Для заданої у даній задачі залежності $S_x(t)$ матимемо: $S''_x(t) = 2B - 6Ct$. Підставляючи у цей вираз значення $t_{1,2}$, неважко пересвідчитись, що умові $S''_x(t_{\text{п}}) < 0$ задовольняє лише другий корінь. У такому разі максимальне значення проекції переміщення $S_x(t_2) \approx 15,46$ вузлів·год. Оскільки 1 вузол = $1,852$ км/год, остаточно дістанемо: $S_{x \text{ max}} \approx 28,63$ км. Через те, що проекція миттєвої швидкості на координатну вісь дорівнює першій похідній від проекції переміщення по часу, в екстремальній точці з попередніх міркувань матимемо: $v_x(t_2) = S'_x(t_2) = 0$. Дійсно, рухаючись сповільнено і сягнувши в екстремальній точці максимального переміщення, судно повинно було у ній зупинитися. Оскільки проекція миттєвого прискорення дорівнює другій похідній від проекції переміщення по часу, отримаємо $a_x(t_2) = S''_x(t)_{t=t_2} = 2B - 6Ct_2 \approx -4,9$ вузла/год $\approx -7 \cdot 10^{-4}$ м/с².

2. Судно рухається вздовж осі Ox . Проекція прискорення на цю вісь змінюється за законом: $a_x(t) = Ct$, де $C = \text{const}$. Знайдіть часові залежності проекції миттєвої швидкості, переміщення на вісь Ox та координати x , якщо в початковий момент часу вони, відповідно, дорівнювали: $v_x(0) = B$, $S_x(0) = 0$, $x(0) = x_0$.

З розв'язку попередньої задачі матимемо: $a_x(t) = S''_x(t) = v'_x(t)$. Звідси проекція миттєвої швидкості дорівнює первісної від функції $a_x(t)$ плюс стала інтегрування, яку ми позначимо як C_1 :

$$v_x(t) = \int a_x(t) dt + C_1.$$

Підставляючи сюди явну залежність проекції прискорення від часу та інтегруючи, дістанемо: $v_x(t) = Ct^2/2 + C_1$. Сталу інтегрування знайдемо з початкової умови, за якою $v_x(0) = B$: $v_x(0) = B = C \cdot 0^2/2 + C_1$. Тоді $C_1 = B$ і $v_x(t) = Ct^2/2 + B$. Оскільки $v_x(t) = S'_x(t)$, то, аналогічно попереднім міркуванням, матимемо:

$$S_x(t) = \int v_x(t) dt + C_2 = \frac{Ct^3}{6} + Bt + C_2.$$

Сталу інтегрування C_2 знайдемо з початкової умови для проекції переміщення на вісь Ox : $S_x(0) = C \cdot 0^3/6 + B \cdot 0 + C_2$. У такому разі $C_2 = 0$ і $S_x(t) = Bt + Ct^3/6$. Згідно із векторним способом завдання руху $\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{S}(t)$, де $\vec{r}(t)$ – радіус-вектор матеріальної точки в момент часу t ; $\vec{r}_0 = \vec{r}(0)$ – радіус-вектор матеріальної точки в початковий момент ча-

су. В проєкціях на вісь Ox ця векторна рівність матиме вигляд: $x = x_0 + S_x(t)$. Отже, у нашому випадку $x = x_0 + Bt + Ct^3/6$.

3. Судно, рухаючись зі стану спокою прямолінійно та рівноприскорено, за першу секунду здійснило переміщення $S_1 = 0,5$ м. Яким буде його переміщення S_3 за третю секунду руху?

Як відомо, вектор переміщення при рівноприскореному русі визначається за формулою:

$$\vec{S} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}.$$

Якщо спрямувати вісь Ox уздовж напрямку руху і врахувати, що початкова швидкість судна дорівнює нулю, то останнє рівняння в проєкціях на цю вісь запишеться наступним чином: $S = at^2/2$. Переміщення за третю секунду буде дорівнювати різниці переміщень за три та дві секунди: $S_3 = S(3) - S(2)$. Тоді $S_3/S_1 = S_3/S(1) = (3^2 - 2^2)/1^2 = 5$ (тут ми скористалися загальною формулою для модуля переміщення, виведеною вище). Остаточно матимемо: $S_3 = 5S_1 = 2,5$ м.

4. Виведіть формулу для знаходження переміщення судна під час рівноприскореного руху, якщо відомі початкова швидкість та миттєва швидкість у певний момент часу t .

Для рівноприскореного руху виконуються наступні рівності:

$$\begin{cases} \vec{S} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2} \\ \vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t} \end{cases}.$$

Розв'язуючи цю систему відносно переміщення \vec{S} , дістанемо: $\vec{S} = (\vec{v}_0 + \vec{v})t/2$.

5. Виведіть формулу зв'язку між проєкціями переміщення, прискорення, початкової та миттєвої швидкості у певний момент часу t судна при рівноприскореному русі.

Запишемо систему рівностей, наведену в розв'язку попередньої задачі в проєкціях на певну вісь Ox :

$$\begin{cases} S_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2} \\ a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t} \end{cases}.$$

Знайшовши з другого рівняння вираз для часу t і підставляючи його замість t у перше рівняння, отримаємо: $S_x = v_{0x}(v_x - v_{0x})/a_x + (v_x - v_{0x})^2/2a_x$. Спрощуючи отриманий вираз, остаточно дістанемо: $2a_x S_x = v_x^2 - v_{0x}^2$.

6. Першу половину часу свого руху річкою з пункту A в пункт B судно пройшло зі шляховою швидкістю $v_1 = 20$ вузлів, а другу – зі шляховою швидкістю $v_2 = 10$ вузлів. Якою є середня шляхова швидкість судна?

За означенням середня шляхова швидкість дорівнює відношенню довжини шляху, який пройшло тіло, до проміжку часу, за який цей шлях було пройдено. Тому $\bar{v} = AB/2t_{1/2}$, де $t_{1/2}$ – половина проміжку загального часу руху. Загальний шлях руху можна знайти як суму шляхів, пройдених за першу та другу половини проміжку загального часу руху: $AB = v_1 t_{1/2} + v_2 t_{1/2}$. Тоді, з рахуванням останнього виразу, формула для середньої

шляхової швидкості набуде вигляду: $\bar{v} = (v_1 + v_2)/2$, звідки, з урахуванням числових значень швидкостей, матимемо: $\bar{v} = 15$ вузлів.

7. Судно, рухалося за течією річки з пункту A в пункт B зі шляховою швидкістю $v_1 = 20$ вузлів, а на оберненому шляху з B до A – зі шляховою швидкістю $v_2 = 10$ вузлів. Якою є середня шляхова швидкість судна?

За означенням шляхової швидкості $\bar{v} = 2AB/(t_1 + t_2)$, де t_1 та t_2 – проміжки часу, впродовж яких судно за і проти течії річки. Але $t_1 = AB/v_1$, $t_2 = AB/v_2$. Тоді $\bar{v} = 2v_1v_2/(v_1 + v_2) \approx 13,3$ вузли. Розв'язок цієї задачі показує, що використовувати формулу для середньої шляхової швидкості як середнього арифметичного шляхових швидкостей на окремих ділянках (див. розв'язок попередньої задачі) можна лише у тому випадку, коли ці ділянки були пройдені тілом за однакові проміжки часу.

3. Криволінійний рух

1. Для скочування води з суднової надбудови, на неї спрямовують струмінь води зі шланга. Ріжок, з якого витікає вода, знаходиться (згідно із нормами суднового реєстра) по горизонталі на відстані $l = 13\text{ м}$ від надбудови. Під яким кутом α до горизонталі слід спрямувати струмінь, щоб він потрапив перпендикулярно до вертикальної частини надбудови, якщо ця частина розташована на висоті $h = 5\text{ м}$ від ріжка? Якою при цьому повинна бути швидкість витікання води з ріжка v_0 ? Чому дорівнюватиме швидкість струменя v_{\perp} в місті стикання з надбудовою? Прискорення вільного падіння g прийняти рівним 10 м/с^2 . Опором повітря руху води знехтувати.

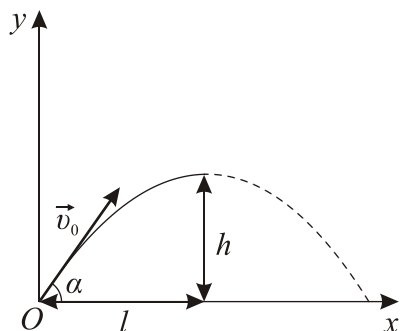


Рис. 1.7

Доведемо спочатку, що у даному випадку частинки струменя води, аналогічно тілу, кинутому під кутом до горизонту, будуть рухатися за ділянкою параболи. Введемо двовимірну прямокутну Декартову систему координат xOy так, щоб вісь Ox була спрямована горизонтально до надбудови, а Oy – вертикально (рис. 1.7). Початок координат пов'яжемо з кінцем ріжка. При нехтуванні силою опору повітря рух частинок струменя води буде рівноприскореним, оскільки на них діє стала за напрямом та модулем сила тяжіння. Користуючись рис 6, запишемо основні кінематичні співвідношення для рівноприскореного руху у

даному випадку в проекціях на координатні вісі:

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \\ v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = v_0 \sin \alpha - gt \end{cases}$$

Виражаючи з першого рівняння отриманої системи час t і підставляючи його у друге рівняння, матимемо: $y = -gx^2 / (2v_0^2 \cos^2 \alpha) + xtg\alpha$. Таке координатне співвідношення є рівнянням параболи, причому, оскільки коефіцієнт при квадратичному доданку є негативним, то гілки параболи спрямовані вниз. За умови даної задачі траєкторія руху частинок струменя води буде нічим іншим як лівою гілкою параболи.

Підставляючи в рівняння траєкторії $y = h$, $x = l$ (ці координати відповідають вершині параболи, де струмінь стикається перпендикулярно з вертикальною частиною надбудови), дістанемо: $h = -gl^2 / (2v_0^2 \cos^2 \alpha) + l tg\alpha$. Щоб це рівняння мало однозначні дійсні розв'язки відносно кута α , знайдемо додаткове співвідношення між l , v_0 та α . Для цього скористуємося знайденим з першого рівняння виразом для часу t і підставимо його в четверте рівняння. Якщо додатково врахувати, що у верхній точці траєкторії вертикальна проекція швидкості v_y перетворюється в нуль, то отримаємо: $v_0 \sin \alpha = gl / (v_0 \cos \alpha)$. Тоді рівняння траєкторії спроститься до вигляду: $h = l tg\alpha / 2$, звідки

$$\alpha = \arctg(2h/l) \approx 37,6^\circ$$

Знаючи кут α виразу $v_0 \sin \alpha = gl / (v_0 \cos \alpha)$ можна знайти значення необхідної по-

чаткової швидкості: $v_0 = \sqrt{2gl/\sin 2\alpha} \approx 16,4 \text{ м/с}$. Модуль перпендикулярного до надбудови вектора швидкості, буде вочевидь дорівнювати проекції v_x , тому з третього рівняння системи відразу матимемо: $v_{\perp} = v_0 \cos \alpha \approx 13 \text{ м/с}$.

2. У деякий момент циркуляції судна (криволінійної траєкторії, яку описує центр мас судна внаслідок перекладки руля на деякий кут та в подальшому утриманні його в цьому положенні) радіус кривизни траєкторії руху центра мас r склав 500 м. При цьому модуль миттєвої швидкості v дорівнював 5 м/с. Чому дорівнюватимуть модулі миттєвих нормального та повного прискорень в цей момент часу? Який кут α при цьому утворюватимуть миттєві швидкість та повне прискорення? Модуль тангенціального прискорення у даній точці траєкторії $a_{\tau} = 0,05 \text{ м/с}^2$; спрямоване воно в бік, протилежний до напрямку миттєвої швидкості.

Модуль миттєвого нормального прискорення, яке характеризує швидкість зміни швидкості за напрямом, знайдемо за формулою: $a_n = v^2/r = 0,05 \text{ м/с}^2$. Повне прискорення дорівнює векторній сумі взаємно перпендикулярних нормального і тангенціального прискорень: $\vec{a} = \vec{a}_{\tau} + \vec{a}_n$. Із прямокутного трикутника (див. рис. 1. 8) матимемо

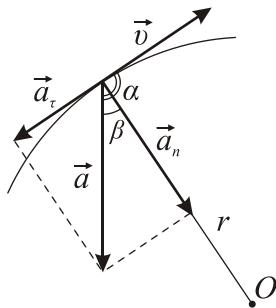


Рис. 1.8

$a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2} \approx 0,07 \text{ м/с}^2$, $\beta = \arctg(a_n/a_{\tau}) = 45^\circ$; тоді $\alpha = 90^\circ + \beta = 135^\circ$. Той факт, що кут α є більшим за 90° пояснюється тим, що тангенціальне прискорення спрямоване в бік, протилежний напрямку швидкості. Така властивість притаманна руху зі швидкістю, що зменшується за модулем з часом, тобто у випадку гальмування судна. Описана ситуація має місце під час еволюційного періоду циркуляції судна, який триває від моменту закінчення перекладки руля до моменту коли всі кінематичні характеристики руху судна перестануть змінюватися в часі.

3. Ротор (обертальна частина пристрою) суднової компресорної холодильної установки, що працює від електродвигуна, у номінальному (нормальному робочому) режимі повинен мати частоту обертання $n_2 = 700 \text{ с}^{-1}$. Для передачі обертання (трансмисії) від двигуна до ротора генератора використовується пасова передача. Знайти діаметр d_2 шківів, насадженого на вал ротора, якщо діаметр шківів, розміщеного на валу двигуна $d_1 = 0,2 \text{ м}$. Частота обертання вала ротора $n_1 = 2100 \text{ с}^{-1}$.

Пасова передача – це механічний пристрій для передавання механічної енергії (механічна трансмісія) між валами за допомогою гнучкого елемента (приводного паса) за

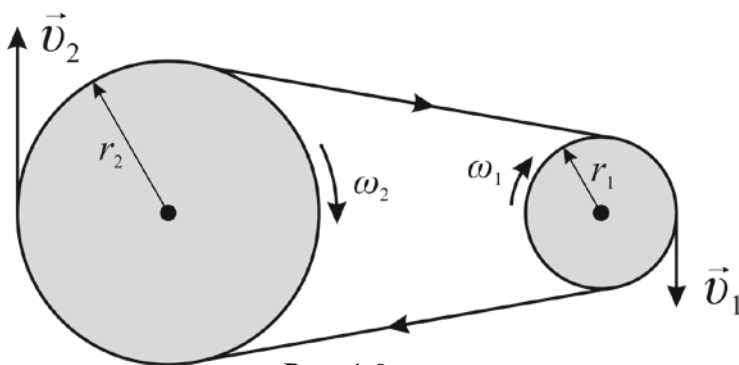


Рис. 1.9

рахунок сил тертя спокою. Головними перевагами пасової передачі є: плавність роботи, безшумність, компенсація неточності установки шківів редуктора (механічний пристрій, що слугує для трансформації (зміни) кутових швидкостей та обертальних моментів), компенсація перевантажень (за рахунок проковзування), згладжування пульсацій

як від двигуна (провідний елемент) так і від навантаження (ведений елемент), відсутність необхідності у мастилах, низька собівартість деталей (ременя та шківів), легкий монтаж,

простота конструкції, відносно високий ККД, можливість трансмісії руху між валами, що знаходяться на значній відстані один від одного та ін.

Пасовий редуктор складається із замкненого паса, що послідовно охоплює провідний та ведений шківів. На рис. 1.9 зображено відкриту пасову передачу. За умови нерозтяжності паса модулі лінійних швидкостей довільних точок кожного зі шківів мають бути однаковими: $v_1 = v_2$; але $v = \omega r$, де ω – кутова швидкість обертання шківа. Оскільки

$\omega = 2\pi n$, то умову нерозтяжності можна переписати наступним чином:

$n_2 = n_1(r_1/r_2) = n_1(d_1/d_2)$. Таким чином, для зменшення частоти обертання слід використовувати ведений шків з пропорційно більшим діаметром ніж у провідного шківа і навпаки. Величина $i = n_1/n_2 = d_2/d_1$ зветься передатним відношенням. Механічні передачі з передатним відношенням більшим за одиницю називають редукторами (понижуючі редуктори), меншим за одиницю – мультиплікаторами. Для нашого випадку $i = 3$, звідки

$$d_2 = id_1 = 0,6 \text{ м}.$$

4. Барабани брашпиля (суднової лебідки з двома барабанами на горизонтальному валу, призначеної для підйому якоря або для швартування) мають радіус r рівний 0,2 м. Під час перехідного режиму роботи суднового електроприводу в період його запуску модуль кутової швидкості обертання валу змінюється за законом: $\omega_1(t) = A + Bt$, де $A = 20 \text{ с}^{-1}$, $B = 30 \text{ с}^{-2}$. Визначити модулі лінійної швидкості та лінійного тангенціального прискорення точок бічної поверхні барабана та його частоту обертання в момент часу $t_0 = 3 \text{ с}$. В якості механічної трансмісії використовується зубчаста передача. Передатне співвідношення $i = 150$.

Несталість передатного числа через можливе проковзування паса та низька його довговічність зумовлює необхідність використання зубчастої передачі, в якій замість шківів використовуються зубчасті колеса, що зачіпляються одне за інше; пас у такій передачі, звичайно є відсутнім). Передатне число i для зубчастої передачі визначається тою самою формулою, що й в попередній задачі (в цьому випадку воно дорівнює передавальному числу $u = z_2/z_1$, де z – кількість зубів відповідного колеса).

У момент часу $t_0 = 3 \text{ с}$ модуль кутової швидкості барабану $\omega_2(t_0) = (A + Bt_0)/i \approx 0,73 \text{ с}^{-1}$. Частота обертання барабану в цей момент часу $n_2(t_0) = \omega_2(t_0)/2\pi \approx 0,116 \text{ с}^{-1}$. Використовуючи зв'язок між лінійною і кутовою швидкістю обертання, матимемо:

$v_2(t_0) = \omega_2(t_0)r = 0,146 \text{ м/с}$. Це значення наближено дорівнює швидкості вибирання якорного ланцюга в цей момент часу (у номінальному режимі роботи електроприводу швидкість вибирання наближено дорівнює $0,16 \text{ м/с}$). Для знаходження лінійного прискорення знайдемо спочатку значення кутового прискорення в той самий момент часу. Як відомо $\varepsilon(t) = \omega'(t)$. Тому $\varepsilon_2(t) = (A + Bt)' / i = B/i = 0,2 \text{ с}^{-2}$. У свою чергу, лінійне тангенціальне прискорення точок бічної поверхні барабану знайдеться за формулою: $a_{\tau 2} = \varepsilon_2 r = 0,04 \text{ м/с}^2$.

5. Визначити на якій висоті h над рівнем моря повинен знаходитися геостаціонарний супутник суднової навігації (тобто супутник, що обертається у напрямку обертання Землі за геостаціонарною орбітою – екваторіальною коловою орбітою, знаходячись на якій, штучний супутник обертається навколо планети з кутовою швидкістю, рівною швидкості її обертання навколо своєї осі; такий супутник «висить» у небі нерухомо, завдяки чому зорієнтована на супутник і нерухомо закріплена спрямована антена може зберігати постійний зв'язок із цим супутником тривалий

час). Зменшення прискорення вільного падіння з висотою описується наступною залежністю: $g = g_0 [R_3 / (R_3 + h)]^2$, де $g_0 \approx 10 \text{ м/с}^2$ – прискорення вільного падіння на поверхні Землі; $R_3 \approx 6400 \text{ км}$ – середній радіус Землі.

За умовою кутові швидкості обертання Землі $\vec{\omega}_3$ та геостаціонарного супутника $\vec{\omega}$ мають бути однаковими. Але $\omega_3 = 2\pi/T_3$, де $T_3 \approx 24 \text{ год}$ – період добового обертання Землі. З іншого боку при обертанні супутника навколо Землі його доцентрове прискорення $a_n = v^2 / (R_3 + h) = \omega^2 (R_3 + h)$ є нічим іншим як прискоренням вільного падіння на цій висоті. Тому $4\pi^2 (R_3 + h) / T_3^2 = g_0 [R_3 / (R_3 + h)]^2$, звідки

$$h = \sqrt[3]{\frac{g_0 R_3^2 T_3^2}{4\pi^2}} - R_3 \approx 36000 \text{ км},$$

тобто висота, на якій знаходиться геостаціонарний супутник Землі має складати приблизно шість радіусів Землі.

4. Закони Ньютона. Центр мас тіла і системи тіл

1. Зі шлюпки на баркас, який розташований на відстані $l = 40$ м від шлюпки в стані спокою, закидається кінець канату. Кінець вибирається зі шлюпки двома матросами, які створюють силу тяги $F = 400$ Н. Визначити час τ , за який шлюпка дійде до баркасу і шляхи, які вона й баркас пройдуть при цьому, якщо маса шлюпки $m_1 = 305$ кг, маса баркаса $m_2 = 1320$ кг. Опором повітря та води руху цих об'єктів знехтувати.

Оскільки шлюпка й баркас рухаються зустрічними курсами вздовж прямої лінії, введемо горизонтальну вісь Ox , що співпадає з цією лінією та напрямлена від шлюпки до баркасу (рис. 1.10). Уздовж цієї осі до шлюпки прикладена сила натягу каната \vec{T}_1 , а до баркаса, спрямована у протилежний бік, сила натягу \vec{T}_2 .

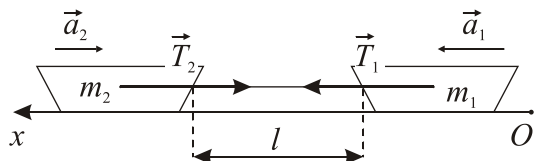


Рис. 1.10

За третім законом Ньютона сила \vec{T}_1 дорівнює за модулем і протилежна напрямлена до сили тяги \vec{F} . Оскільки канат можна вважати нерозтяжним, то $\vec{T}_1 = -\vec{T}_2$. Тому і до шлюпки й до баркаса прикладені однакові за модулем і протилежно спрямовані сили натягу, модулі яких дорівнюють F .

Тоді другий закон Ньютона в проекціях на вісь Ox для цих двох тіл запишеться наступним чином: $m_1 a_1 = F$, $-m_2 a_2 = -F$. Із останніх двох рівностей матимемо: $a_1 = F/m_1$, $a_2 = F/m_2$.

Через те, що сила тяги і маси тіл є постійними то будуть незмінними в часі й прискорення, що вони отримують, тобто їхній рух буде рівноприскореним. Користуючись формулою, справедливою для рівноприскореного руху, переміщення шлюпки і баркаса в довільний момент часу можна визначити так: $\vec{S}_1 = \vec{v}_{01}t + \vec{a}_1 t^2/2$, $\vec{S}_2 = \vec{v}_{02}t + \vec{a}_2 t^2/2$. Враховуючи, що початкові швидкості цих тіл дорівнюють нулю, в проекціях на вісь Ox ці дві рівності запишуться наступним чином: $Ox: S_1 = a_1 t^2/2$, $Ox: -S_2 = -a_2 t^2/2$. Тоді для моменту часу τ виконуватиметься наступне співвідношення: $l = S_1(\tau) + S_2(\tau) = (a_1 \tau^2/2) + (a_2 \tau^2/2)$, звідки, з урахуванням виразів для прискорень тіл, дістанемо:

$\tau = \sqrt{2Sm_1m_2/F(m_1 + m_2)} \approx 7,1$ с. Шляхи, які будуть пройдені шлюпкою і баркасом до зустрічі, відповідно дорівнюватимуть: $S_1(\tau) = F\tau^2/2m_1 \approx 32,5$ м, $S_2(\tau) = F\tau^2/2m_2 \approx 7,5$ м. Із виведених формул слідує, що шляхи пройдені тілами у такому випадку є обернено пропорційними їхнім масам.

2. Поясніть принцип дії гребного гвинта.

Гребний гвинт – судновий рушій, що складається з двох або більше лопатей, розташованих радіально на маточині. Він перетворює обертання вала двигуна в упор – силу, діючу з боку води, яка штовхає судно вперед або назад. Під час обертання гвинта на поверхнях його лопатей, обернених вперед – в бік руху судна (засмоктуючих), створюється розрідження, а на обернених назад (нагнітаючих) – підвищення тиску води.

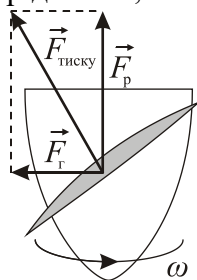


Рис. 1.11

У результаті різниці тисків води перпендикулярно до поверхонь лопатей прикладається сила тиску з боку води $\vec{F}_{\text{тиску}}$ (за аналогією із силою що діє на крило літака, її називають підйомною) яка за третім законом Ньютона дорівнює за модулем і протилежно напрямлена до сили нормальної реакції на воду \vec{N} з боку лопатей. Силу $\vec{F}_{\text{тиску}}$ можна розкласти на дві взаємно перпендикулярні складові (див. рис. 1.11): одну, спрямовану в бік руху судна (\vec{F}_p), а іншу – перпендикулярну до

цього руху (\vec{F}_r). Сила \vec{F}_p створює упор гребного гвинта, тоді як сила \vec{F}_r намагається гальмувати обертовий рух гвинта. Цей приклад є ілюстрацією загального правила про те, що внутрішні сили системи не в змозі змінити положення її центру мас. Цю функцію можуть виконувати лише зовнішні сили; роль внутрішніх сил зводиться лише до «генерації» (відповідно до третього закону Ньютона) зовнішніх рушійних сил.

3. Поясніть принцип дії пера руля.

За допомогою пера руля можна змінювати напрям руху судна або утримувати його на заданому курсі. В останньому випадку задачею пера руля є протидія зовнішнім силам, таким як вітер або течія, які можуть призвести до відхилення судна від заданого курсу. Принцип дії пера руля є аналогічним до принципу дії гребного гвинта і полягає у створенні додаткової сили опору з боку води. При передньому ході судна у спокійній воді та середньому положення пера руля (його положення в діаметральній площині) вода симетрично обтікає корпус судна. Якщо в цьому випадку перекинути перо руля на деякий кут α від діаметральної площини судна, то вода чинитиме тиск на перо руля з боку того борта, куди перекинуто руль (рис. 1.12 а). Сила тиску з боку води $\vec{F}_{\text{тиску}}$, що виникає при цьому,

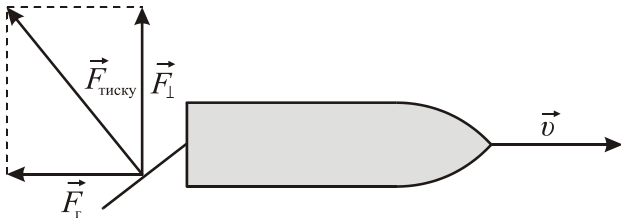


Рис. 1.12 а

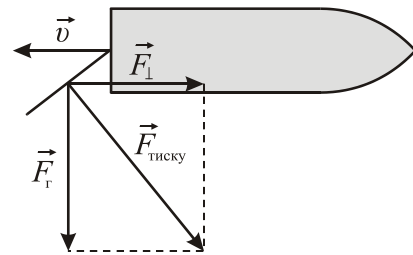


Рис. 1.12 б

пропорційна площі пера руля та швидкості судна і спрямована перпендикулярно до поверхні пера руля. Як і в попередньому прикладі її можна розкласти на дві взаємно перпендикулярні складові: одну – гальмівну, спрямовану в бік протилежний руху судна (\vec{F}_r), а іншу – перпендикулярну до цього руху, яка «відкидає» перо руля разом із кормою судна в бік зниженого тиску і зветься поперечною або поворотною (такою, що розгортає судно) силою (\vec{F}_\perp).

При відмінному від нуля куті перекидки руля судно описує циркуляцію. Чим більшим є цей кут тим більшим є модуль сили тиску $\vec{F}_{\text{тиску}}$ а, отже, й модуль гальмівної сили \vec{F}_r тим більше «втрачається» швидкість при повороті. Під час заднього ходу гальмівна сила спрямована вперед а поворотна сила вниз (рис. 1.12 б). Таким чином, на передньому ході поворотна сила завжди повертає судно в той бік, куди перекинуто руль, а на задньому – в протилежний бік.

4. У 1873 р. французький інженер-суднобудівник Жоссель, імітуючи пластиною перо руля, вперше експериментально дістав формулу для сили тиску з боку води на нього залежно від кута атаки (кута перекидки руля) α , тобто від кута між діаметральною площиною та площиною пера:

$$F_{\text{тиску}} = k f(\alpha) S v^2, \quad f(\alpha) = \frac{\sin \alpha}{0,2 + 0,3 \sin \alpha},$$

де S – площа пера руля; v – швидкість судна; k – безрозмірний коефіцієнт, значення якого залежить від кількості гвинтів та швидкості судна. Користуючись цією фо-

рмулою, знайти формули для гальмівної та поворотної сил (див. попередню задачу) залежно від кута атаки, побудувати графіки залежності цих сил від нього та визначити оптимальний кут перекладки руля.

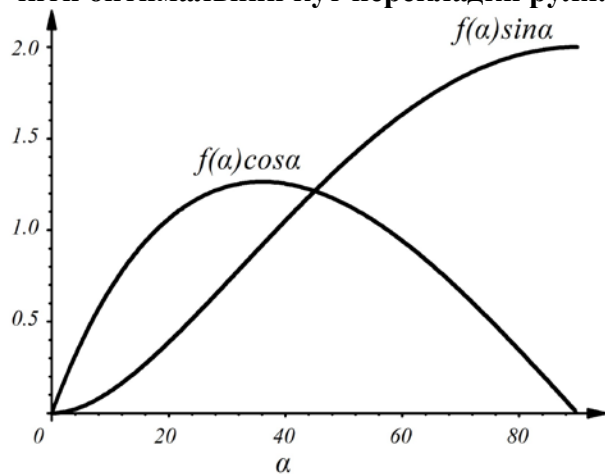


Рис. 1.13

Користуючись рис. 1.12 а, дістанемо: $F_{\perp} = F_{\text{тиску}} \cos \alpha$, $F_{\parallel} = F_{\text{тиску}} \sin \alpha$. На рис. 1.13 зображено графіки залежності функцій $f(\alpha)\cos\alpha$ та $f(\alpha)\sin\alpha$ від кута атаки α . Видно, що максимальне значення поворотної сили досягається при $\alpha_{\text{опт}} \approx 35^\circ$. При більших кутах перекладки руля його ефективність дії різко знижується; крім того зростає значення гальмівної сили, що призводить до зменшення швидкості судна. Тому рульовий пристрій судна забезпечують обмежувачами, що не дозволяють перекладати руль на кут більший за 35° .

5. Чи може парусне судно рухатися проти вітру?

Йти прямо проти вітру парусне судно не може. Для того, щоб потрапити в яку-небудь точку, розташовану з навітряного боку судно має рухатися до цілі курсом бейдевінд (тобто курсом, що складає гострий кут з точкою горизонту, звідки дме вітер; такий кут зветься кутом атаки) змінними галсами (змінюючи цей кут із додатного на від'ємний). Судно може йти в бейдевінд, якщо кут атаки вітром парусника α за модулем є більшим ніж аналогічний кут β для паруса (див. рис. 1.14). Дійсно, розкладаючи для цього випадку силу \vec{F}_0 , що виникає за рахунок дії вітру на парус, на дві взаємно перпендикулярні складові $\vec{F}_{0\parallel}$ та $\vec{F}_{\text{тиску}}$, дістанемо, що перпендикулярна до поверхні паруса сила тиску

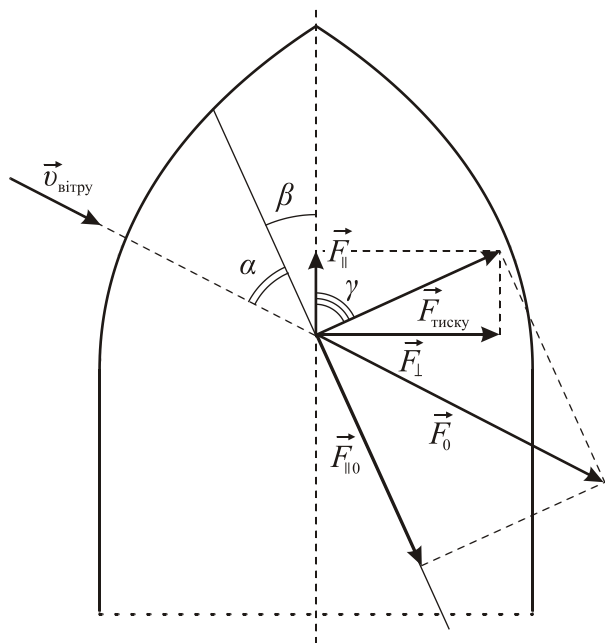


Рис. 1.14

складає гострий кут γ із напрямком лагової швидкості корабля \vec{v} (складова $\vec{F}_{0\parallel}$ спрямована вздовж площини паруса і не приймає участі в русі корабля). Тому, якщо у свою чергу розкласти $\vec{F}_{\text{тиску}}$ на дві взаємно перпендикулярні складові \vec{F}_{\parallel} та \vec{F}_{\perp} ((див. рис. 1.14), дістанемо, що паралельна до діаметральної площини парусника сила \vec{F}_{\parallel} призводить до його руху вперед, вздовж вибраного курсу.

Складова \vec{F}_{\perp} намагається викликати рух в бічному напрямку. Для збільшення впливу поздовжньої складової сили $\vec{F}_{\text{тиску}}$ та зменшення впливу поперечної у парусниках існує киль. Фактично, киль є плоскою пластинною, встановлену під днищем таким чином, щоб при русі судна з боку води створювався найменший опір руху вперед і найбільший – руху вбік. За рахунок великої бічної площі сила опору з боку води майже повністю виключає боковий знос парусника. З

рис. 1.14 видно, що рушійна сила корабля \vec{F}_{\parallel} складає лише невелику частину від початко-

вої сили \vec{F}_0 ; чим меншим є кут атаки α , тим меншою буде її величина, а, отже, і швидкість руху. З іншого боку, в цьому випадку рух змінними галсами (зігзагами) буде наближатися до прямолінійного.

6. Буксир тягне три баржі, які слідують одна за одною. Сила тяги, прикладена до буксира, $F = 18\text{кН}$. Сила опору руху буксира $F_{\text{оп}} = 6\text{кН}$; сила опору води руху першої баржі $F_{\text{он1}} = 6\text{кН}$, другої – $F_{\text{он2}} = 4\text{кН}$, третьої – $F_{\text{он3}} = 2\text{кН}$. Канат, що є в наявності, може витримати безпечно тільки силу натягу $T_0 = 2\text{кН}$. Скільки канатів треба протягнути від буксира до першої баржі, від першої до другої, від другої до третьої, якщо рух усієї системи є прямолінійним та рівномірним?

Введемо горизонтальну вісь Ox , що співпадає з напрямом руху системи (рис. 1.15). Уздовж цієї осі до буксира прикладена сила тяги \vec{F} , та спрямовані протилежно сила натягу з боку канатів \vec{T} , та сила опору води $\vec{F}_{\text{он}}$. До першої, другої і третьої баржі у напрямку осі Ox прикладені відповідно сили натягу \vec{T}_1 , \vec{T}_{21} , та \vec{T}_{32} і протилежно спрямовані сили натягу \vec{T}_{12} та \vec{T}_{23} а також сили опору води $\vec{F}_{\text{он1}}$, $\vec{F}_{\text{он2}}$, та $\vec{F}_{\text{он3}}$.

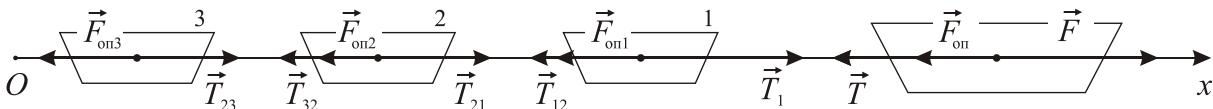


Рис. 1.15

Оскільки канати можна вважати нерозтяжними, то $\vec{T} = -\vec{T}_1$, $\vec{T}_{12} = -\vec{T}_{21}$, $\vec{T}_{23} = -\vec{T}_{32}$. Тоді другий закон Ньютона в проекціях на вісь Ox для кожного з цих тіл з урахуванням рівності нулю їхніх прискорень запишеться наступним чином:

$$\begin{cases} 0 = F - T - F_{\text{оп}} \\ 0 = T - T_{12} - F_{\text{он1}} \\ 0 = T_{12} - T_{23} - F_{\text{он2}} \\ 0 = T_{23} - F_{\text{он3}} \end{cases}$$

Розв'язуючи цю систему, дістанемо: $n_1 = T/T_0 = (F - F_{\text{оп}})/T_0 = 6$,

$n_2 = T_{12}/T_0 = (F - F_{\text{оп}} - F_{\text{он1}})/T_0 = 3$, $n_3 = T_{23}/T_0 = (F - F_{\text{оп}} - F_{\text{он1}} - F_{\text{он2}})/T_0 = 1$. Отже, для перевезення трьох барж слід використовувати шість, три та один канати.

Наведений приклад свідчить про те, що рівнодійна сил, діючих на тіло (їхня векторна сума), є причиною виникнення прискорення а не причиною руху. Під час прямолінійного рівномірного руху тіла (тобто руху за інерцією) або в стані його спокою результуюча сила має дорівнювати нулю. В цьому відношенні прямолінійний рівномірний рух і стан спокою тіла є нерозрізненими.

7. На судні масою $m_1 = 4200\text{т}$ з носової частини на корму на відстань $m_1 = 4200\text{т}$ перемістили вантаж масою $m_2 = 30\text{т}$. Наскільки при цьому перемістився загальний центр мас судна з вантажем?

При переміщенні вантажу в горизонтальному напрямку з носа на корму, загальний центр мас переміщується в цьому ж напрямі. Введемо вісь Ox , що співпадає з цим напрямом а її початок пов'яжемо з початковим положенням центра мас вантажу. Для системи з дискретним розподілом мас (систем, що складається з окремих тіл) положення центра мас визначається радіус-вектором \vec{r}_c , який описується формулою:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_i \vec{r}_i m_i}{\sum_i m_i},$$

де \vec{r}_i – радіус-вектори, що визначають положення центрів мас окремих частин системи з масами m_i . Користуючись цим співвідношенням можна визначити початкове і кінцеве значення координати x центра мас системи судно-вантаж:

$$x_{\text{Сп}} = \frac{x_{\text{судна}} \cdot m_1 + 0 \cdot m_2}{m_1 + m_2}, \quad x_{\text{Ск}} = \frac{x_{\text{судна}} \cdot m_1 + l \cdot m_2}{m_1 + m_2},$$

де $x_{\text{судна}}$ і $x_{\text{вантажу}}$ – відповідно, значення координати x центрів мас судна та вантажу (що знаходився у початковому положенні). Тоді

$$\Delta x = x_{\text{Ск}} - x_{\text{Сп}} = \frac{l \cdot m_2}{m_1 + m_2} \approx 0,4 \text{ м}.$$

Важливість поняття про центр мас обумовлена твердженням (теоремою) про те, що ця точка рухається як матеріальна точка, маса якої дорівнює сумарній масі всієї системи, а діюча сила – геометричній сумі всіх зовнішніх сил, які діють на систему.

5. Сили в природі

1. Судновий палубний кран піднімає зі сталим прискоренням вертикально вгору вантаж. У скільки разів вага вантажу в цьому випадку є більшою за його вагу в стані спокою якщо модуль прискорення $a = 2,9 \text{ м/с}^2$. Прискорення вільного падіння g прийняти рівним $9,8 \text{ м/с}^2$. Опором повітря руху вантажу знехтувати.

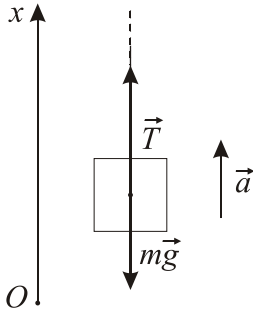


Рис.1.16

У фізиці під поняттям «вага тіла» розуміють силу \vec{P} , з якою тіло, внаслідок притягання до Землі, діє на опору або підвіс. Таким чином, фраза «вага тіла на терезах виявилася рівною 5 кг» є некоректною, оскільки терези, насправді, вимірюють масу тіла а не його вагу. У даному випадку вага тіла за третім законом Ньютона дорівнює за модулем і протилежна за знаком прикладеної до тіла вертикально вгору силі натягу троса \vec{T} . Для її знаходження застосуємо другий закон Ньютона, записаний в проекціях на вертикальну вісь Ox , спрямовану за напрямом руху вантажу (див. рис. 1.16). Оскільки до вантажу окрім сили натягу прикладена спрямована вертикально вниз сила тяжіння з боку Землі $m\vec{g}$, матимемо: $ma = T - mg$, звідки $P = T = m(g + a)$. З останнього виразу слідує, що в стані спокою або при прямолінійному рівномірному русі ($\vec{a} = 0$) модуль ваги тіла P_0 дорівнює за величиною модулю сили тяжіння ($P_0 = mg$). Тоді $\boxed{P/P_0 = (g + a)/g \approx 1,3}$. Отже, вага вантажу за даної величини прискорення зросте приблизно в 1,3 рази.

2. Під час підходу до причалу судно рухалося зі швидкістю $v_0 = 5$ вузлів. Для подальшого швартування судновий двигун було вимкнено. Описати подальший рух судна, вважаючи, що опір води є пропорційним швидкості руху судна. Знайти час руху судна до зупинки. Обчислити значення коефіцієнта опору води k_v , якщо гальмівний шлях судна $s = 150 \text{ м}$; його маса $m = 10^4 \text{ т}$. Через який час після початку гальмування швидкість такого судна зменшиться в десять разів? Прийняти, що $1 \text{ вузол} \approx 0,514 \text{ м/с}$.

Запишемо другий закон Ньютона в проекціях на горизонтальну вісь Ox , що збігається з напрямом руху судна: $ma_x = F_{\text{оп}x}$ або $mdv_x/dt = -k_v v_x$. Розділяючи змінні та інтегруючи, дістанемо:

$$\ln v_x = -\frac{k_v}{m}t + C.$$

Оскільки при $t = 0$ проекція швидкості $v_x = v_0$, з попередньої рівності отримуємо: $C = \ln v_0$. Тоді

$$v_x = v_0 e^{-k_v t/m}.$$

З останньої рівності слідує, що швидкість спадає за експоненціальним законом, причому до повної зупинки повинен пройти нескінченно великий час. Такий висновок пов'язаний з врахуванням лише однієї сили опору, хоча при зменшенні швидкості руху ця сила може стати скільки завгодно малою і в якийсь момент перестане бути основною силою, що визначає рух судна.

Враховуючи, що $dx/dt = v_x$ та розділяючи змінні ще раз (вважаємо, що при $t = 0$ $x = 0$), знаходимо закон руху судна:

$$x = \frac{mv_0}{k_v} (1 - e^{-k_v t/m}).$$

Обчислюючи границю останнього виразу при $t \rightarrow \infty$, отримаємо пройдений шлях: $s = mv_0/k_v$. Звідси, з урахуванням числових значень маси, початкової швидкості та пройденого шляху, наведених в умові задачі, дістанемо: $k_v = mv_0/s \approx 34,3 \text{ кН} \cdot \text{с/м}$. У такому разі із закону зміни проекції швидкості з часом дістанемо: $t = (m/k_v) \ln(v_0/v_x(t_1)) \approx 11 \text{ хв}$.

3. При досягненні достатньо великої швидкості судна сила опору води стає пропорційною квадрату швидкості судна. Користуючись цим твердженням знайти за який час τ швидкість контейнеровоза масою $m = 5 \cdot 10^4 \text{ т}$ зменшиться під час його інерційного (пасивного) гальмування від швидкості $v_1 = 25$ вузлів до швидкості $v_2 = 20$ вузлів. Знайти також модуль переміщення судна S при такому гальмуванні. Коефіцієнт опору води $k_{v^2} = 1620 \text{ Н} \cdot \text{с}^2/\text{м}^2$. 1 морська міля = 1852 м.

Як і в попередній задачі запишемо другий закон Ньютона в проекціях на горизонтальну вісь Ox , що співпадає з напрямом руху судна: $mdv_x/dt = -k_{v^2} v_x^2$. Розділяючи змінні в цієї рівності, матимемо:

$$\frac{dv_x}{v_x^2} = -\frac{k_{v^2}}{m} dt.$$

При зміні часу від 0 до τ швидкість контейнеровоза змінюється від v_1 до v_2 . Тому

$$\int_{v_1}^{v_2} \frac{dv_x}{v_x^2} = \int_0^\tau -\frac{k_{v^2}}{m} dt \text{ або } \frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} = -\frac{k_{v^2}}{m} \tau, \text{ звідки } \tau = \frac{m}{k_{v^2}} \left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right) \approx 10 \text{ хв}.$$

Оскільки $v_x = dx/dt = (dx/dv_x) \cdot (dv_x/dt)$ то $-(k_{v^2}/m)v_x = (dv_x/dx)$. Тоді

$$\int_0^S -\frac{k_{v^2}}{m} x = \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv_x}{v_x} \text{ або } S = \frac{m}{k_{v^2}} \ln \left(\frac{v_1}{v_2} \right) \approx 3,7 \text{ морські милі}.$$

4. Великий час інерційного гальмування часто не задовольняє вимогам що пред'являються до тривалості гальмування морського транспорту. У такому випадку використовується активне гальмування при якому відбувається реверсування головного двигуна. Визначити невідомі величини, які потрібно було знайти у попередньої задачі, користуючись даними, наведеними в неї, у разі активного гальмування контейнеровоза. Модуль сили тяги гвинта (упор гвинта) на задньому ході $F_{гв} = 2 \text{ МН}$.

Запишемо другий закон Ньютона в проекціях на горизонтальну вісь Ox , що співпадає з напрямом руху судна: $mdv_x/dt = -k_{v^2} v_x^2 - F_{гв}$. Розділяючи змінні та інтегруючи, отримаємо:

$$\tau = -\frac{m}{k_{v^2}} \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv_x}{v_x^2 + (F_{гв}/k_{v^2})} = \frac{m}{\sqrt{k_{v^2} F_{гв}}} \left[\arctg \left(\frac{v_1}{\sqrt{F_{гв}/k_{v^2}}} \right) - \arctg \left(\frac{v_2}{\sqrt{F_{гв}/k_{v^2}}} \right) \right] \approx 58 \text{ с}.$$

Користуючись рівністю $dx = v_x dv_x / (dv_x/dt)$, отриманою у попередній задачі, дістанемо:

$$S = -\frac{m}{k_{v^2}} \int_{v_1}^{v_2} \frac{v_x dv_x}{v_x^2 + (F_{гв}/k_{v^2})} = \frac{m}{2k_{v^2}} \ln \left(\frac{v_1^2 + (F_{гв}/k_{v^2})}{v_2^2 + (F_{гв}/k_{v^2})} \right) \approx 0,36 \text{ морські милі} \text{ (порівняйте отримані значення з результатами, знайденими в попередній задачі).}$$

5. Із поздовжнього стапеля (тобто стапеля, що забезпечує спуск судна в напрямку його діаметральної площини) здійснюється спуск судна довжиною $l = 150\text{ м}$. Довжина надводної частини стапеля $L = 300\text{ м}$; його ухил складає $1/12$. Якою буде швидкість судна в момент входу його носа у воду, якщо початкова швидкість $v_0 = 0$? Коефіцієнт тертя поміж полозками, на яких спускають корабель, та спусковими доріжками $\mu = 0,08$.

Похилий стапель є похилою площиною, на якій проводиться будівництво та спуск на воду судна. З умови задачі слідує, що тангенс кута нахилу α її похилої частини до горизонту дорівнює $1/12$. До судна прикладена спрямована вертикально вниз сила тяжіння з боку Землі $M\vec{g}$, сила нормальної реакції опори \vec{N} , спрямована перпендикулярно до поверхні площини та сила тертя ковзання $\vec{F}_{\text{т.к.}}$, спрямована в бік, протилежний руху судна (див. рис. 1.17).

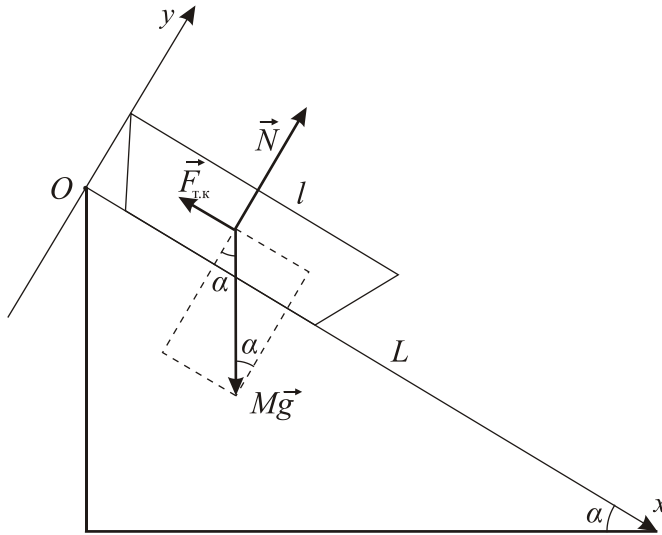


Рис.1.17

Запишемо другий закон Ньютона в проекціях на вісь Ox , що співпадає з напрямком руху судна, та на перпендикулярну до неї вісь Oy , спрямовану в напрямку сили \vec{N} . З урахуванням побудов, зроблених на рис. 1.17, матимемо:

$$\begin{cases} Ox: Ma = Mg \sin \alpha - \vec{F}_{\text{т.к.}} \\ Oy: 0 = N - Mg \cos \alpha \end{cases}$$

Розв'язуючи отриману систему з урахуванням закону Кулона-Амонтона ($F_{\text{т.к.}} = \mu N$), матимемо: $a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$. Таким чином, рух судна в даному випадку є рівноприскореним, причому значення прискорення не залежить від його маси. Крім того, з наведеної формули слідує, що чим меншим є кут α тим меншим повинен бути коефіцієнт тертя ковзання для зрушення з місця судна.

У задачі 5, п. 2 була виведена наступна формула для прямолінійного рівноприскореного руху: $2a_x S_x = v_x^2 - v_{0x}^2$. Для нашого випадку, враховуючи знаки проекцій переміщення, прискорення та кінцевої швидкості, дістанемо: $v = \sqrt{2aS} = \sqrt{2gS(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}$. Переміщення, яке здійснює судно до входу у воду, вочевидь, дорівнює $L - l$. Тоді остаточно:

$v = \sqrt{2aS} = \sqrt{2g(L-l)(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}$. Для знаходження числового значення кінцевої швидкості розрахуємо спочатку величини тригонометричних функцій, що входять у кінцевий вираз. З урахуванням теореми Піфагора отримаємо: $\sin \alpha = 1/\sqrt{1^2 + 12^2} \approx 0,083$; $\cos \alpha = 12/\sqrt{1^2 + 12^2} \approx 0,997$. Тоді $v \approx 3,1\text{ м/с}$.

6. Яку мінімальну силу \vec{F}_{min} слід прикласти до швартова, намотаного на кнехт, якщо з до його протилежної частини прикладена сила \vec{F}_0 ? Кількість повних витків швартова, намотаного на кнехт дорівнює N ; центральний кут поміж радіусами кола перпендикулярними частинам кнехта, до яких прикладені сили \vec{F}_0 та \vec{F}_{min} , складає

α_0 рад (див. рис. 1.18); коефіцієнт тертя ковзання між поверхнями швартова та кнехта $\mu = 0,3$.

Кнехт є металічною циліндричною парною палубною тумбою навколо якої кріпиться швартов – канат з петлею на кінці, яка надягається на причальну тумбу. Інший кінець швартового кріпиться «вісімкою» на кнехті. Таким чином вдається надійно утримувати навіть дуже велике судно поруч із причалом. Розглянемо умову рівноваги елементарної (тобто нескінченно малої у математичному відношенні) ділянки каната довжиною dl (див. рис. 1.18).

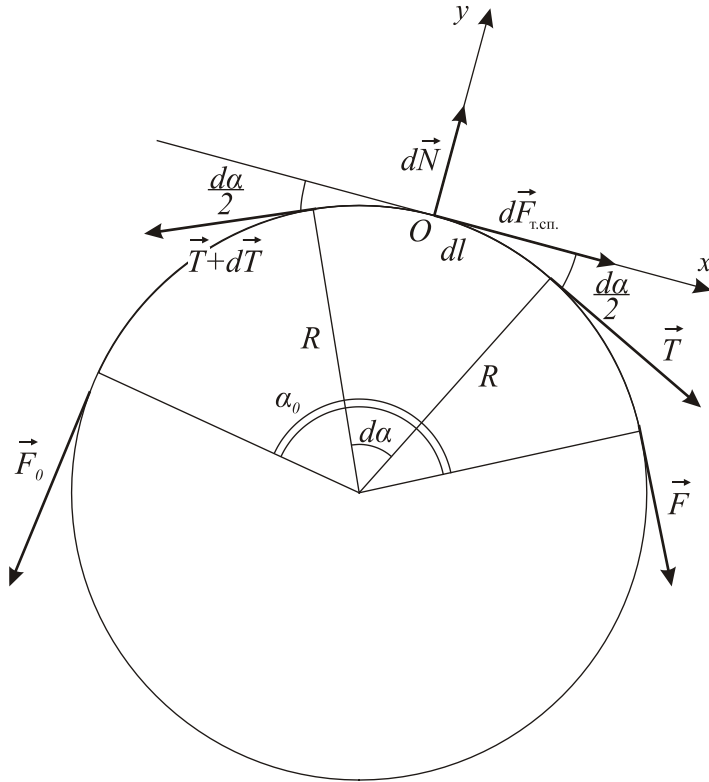


Рис.1.18

Очевидно, що вона є нескінченно малою дугою кола радіусом R , яке є основою циліндра. Тоді $dl = R d\alpha$, де $d\alpha$ – елементарний центральний кут, що спирається на цю дугу. На елемент каната dl діє сила нормальної реакції опори $d\vec{N}$, сила натягу \vec{T} з боку тієї частини каната, до якої прикладена сила \vec{F} , та сила натягу $\vec{T} + d\vec{T}$ з боку частини каната, до якої прикладена сила \vec{F}_0 . Відміна поміж величинами сил натягу обумовлена наявністю сили тертя спокою $d\vec{F}_{т.сп.}$, що діє по дотичній до поверхні в місці розташування елемента dl . Введемо вісь Ox , що співпадає з напрямом сили $\vec{F}_{т.сп.}$, та перпендикулярну до неї вісь Oy , спрямовану в напрямку сили $d\vec{N}$.

Тоді другий закон Ньютона в проекціях на ці вісі в випадку рівноваги канату запишеться наступним чином:

$$\begin{cases} Ox: 0 = dF_{т.сп.} + T \cos(d\alpha/2) - (T + dT) \cos(d\alpha/2) \\ Oy: 0 = dN - T \sin(d\alpha/2) - (T + dT) \sin(d\alpha/2) \end{cases}$$

Тут ми скористалися тим фактом, що сили натягу утворюють з віссю Ox кути $d\alpha/2$. (дowodіть це, скориставшись планіметричними теоремами, а саме: 1) дотична до кола в будь-якій його точці є перпендикулярною до радіуса, проведеного в цю точку; 2) висота, проведена з вершини рівнобедреного трикутника є одночасно його бісектрисою).

Враховуючи малість кута $d\alpha/2$ можна записати наближені рівності: $\cos(d\alpha/2) \approx 1$, $\sin(d\alpha/2) \approx d\alpha/2$. З урахуванням цих рівностей та отриманої системи дістанемо: $dF_{о.мі.} = dT$, $dN = -Td\alpha - dT(d\alpha/2)$. Через те, що мінімальній силі \vec{F} (і, відповідно, мінімальній силі натягу \vec{T}) відповідатиме максимальна сила тертя спокою, яка наближено дорівнює силі тертя ковзання, з урахуванням закону Кулона-Амонтона ($F_{т.к.} = \mu N$) матимемо: $\mu dN = dT_{\min}$, $dN = -T_{\min} d\alpha$ (у цій рівності ми знехтували доданком другого порядку малізми $dT(d\alpha/2)$). Тоді $dT_{\min}/T_{\min} = -\mu d\alpha$. При зміні T_{\min} від F_0 до F_{\min} кут α зміню-

ється в межах від 0 до $2\pi N + \alpha_0$. Інтегруючи обидві частини отриманої рівності у відповідних межах (тобто знаходячи визначені інтеграли) дістанемо логарифмічне рівняння: $\ln(F_{\min}/F_0) = -\mu(2\pi N + \alpha_0)$. Розв'язуючи це рівняння, остаточно отримаємо:

$$F_{\min} = F_0 e^{-\mu(2\pi N + \alpha_0)}.$$

Цей вираз є знаменитою формулою Ейлера для визначення розподілу величин сили натягу у різних перерізах швартового. Згідно із цією формулою сила натягу з урахуванням сили тертя експоненціально спадає по мірі збільшення кількості витків каната. За відсутності тертя ($\mu = 0$) сила натягу в усіх перерізах є однаковою. Для подальшого аналізу припустимо, що $2\pi N \gg \alpha_0$. Тоді, знехтувавши в показнику експоненти кут α_0 , з кінцевої формули дістанемо: $F_0/F_{\min} = e^{2\mu\pi N}$. Якщо покласти $\mu = 0,3$, отримаємо, що один оберт каната навколо кнехта зменшує початкову силу його натягу майже в сім разів, а якщо зробити два оберти – натяг послаблюється приблизно в 40 разів! Причина цього ефекту у показникової функціональної залежності сили натягу від кількості повних витків. Таким чином, при швартовці суден від матросів не вимагається великої сили – слід лише проявити уважність і вправність та вчасно встигнути швидко намотати швартов на кнехт.

6. Всесвітнє тяжіння. Неінерціальні системи відліку

1. Пояснити виникнення припливів і відпливів, що відбуваються внаслідок дії сили тяжіння з боку Місяця Вважатимемо, що Земля є вкритою рівномірним шаром води (рис. 1.19). Внаслідок різних відстаней точок A , C і B від Місяця їхні прискорення, що виникають за рахунок притягання до нього, будуть різними. Шар води поблизу точки A матиме більше прискорення, ніж центр мас Землі (C); в свою чергу, центр мас Землі матиме більше прискорення ніж шар води поблизу точки B . Оскільки Землю можна вважати абсолютно твердим тілом, то всі її точки мають однакові прискорення, пов'язані із притяганням до Місяця. Отже, шари води поблизу точки A випереджатимуть точку D земної кулі. Шари води біля точки B , навпаки, відставатимуть від точки E Землі. Це призводить до того, що на лінії, яка з'єднує центри Місяця і Землі (див. рис. 1.16), утворюються два виступи (припливи), які переміщуються

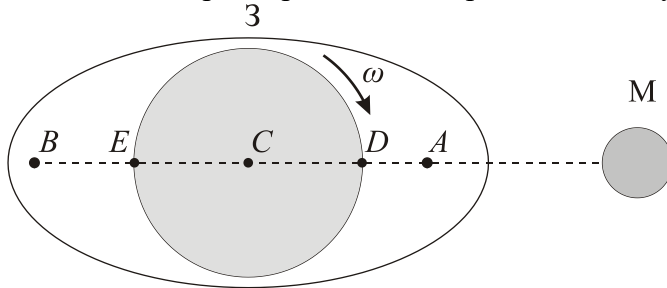


Рис.1.19

навколо Землі під час її обертання навколо власної осі. В цей самий час на кінці діаметра земної кулі, перпендикулярного до лінії AB , рівень води знизиться, тобто буде відплив. Отже, на земній кулі, де проходить лінія AB , двічі на добу відбуватимуться припливи. Відповідно двічі на добу відбуватимуться і відпливи. Справжня картина припливів і відпливів значно складніша. Це зумовлено рухом Місяця навколо Землі, наявністю сил тертя, сил Кориоліса, сили тяжіння з боку Сонця. Крім того, земна куля не вся вкрита водою. Статична теорія, розглянута вище, створена І. Ньютоном і пояснює лише чому припливи і відпливи відбуваються приблизно двічі на добу.

2. Сонце притягує будь-яку точку на земній поверхні сильніше, ніж Місяць, а тим часом явища приливів і відпливів викликаються головним чином дією Місяця, а не Сонця. Чому?

Знайдемо різницю прискорень води, що вкриває поверхню Землі, і всієї Землі в цілому, що спричиняються сферичним об'єктом маси M в найближчий до нього точці:

$$a = G \frac{M}{(r - R_3)^2} - G \frac{M}{r^2} = G \frac{M(2rR_3 - R_3^2)}{r^2(r - R_3)^2}.$$

Для віддалених об'єктів ($r \gg R_3$) $a \approx 2GM_3/r^3$. Значення цієї різниці для Сонця і Місяця і визначає явища приливів і відпливів, що спричиняються ними. Оскільки r для Місяця порядку $60R_3$, а для Сонця порядку $2,5 \cdot 10^4 R_3$, то значення r^3 для Сонця більше, ніж для Місяця приблизно у $7,5 \cdot 10^7$ разів, а маса Сонця більше маси Місяця всього лише в $2,7 \cdot 10^7$ разів. Тому припливна дія Місяця майже в три рази більше від припливної дії Сонця.

3. Виведіть формулу для знаходження прискорення вільного падіння залежно від висоти h над поверхнею Землі, наведену в умові задачі 4 п. 3.

Як відомо, виходячи з другого закону Ньютона, величина сили тяжіння може бути представлена як добуток маси тіла m на модуль прискорення вільного падіння \vec{g} . З іншого боку сила тяжіння є частковим випадком сили всесвітнього тяжіння, значення якої для тіл поблизу Землі може бути визначено за формулою: $GM_C m / (R_C + h)^2$, де M_3 – маса Землі. Прирівнюючи ці рівності, дістанемо: $g = GM_C / (R_C + h)^2$. На поверхні Землі ($h = 0$)

$$g = GM_C / R_C^2. \text{ Тоді } g_3 = g_0 [R_3 / (R_3 + h)]^2.$$

4. Пояснити принцип дії датчика лінійного прискорення, який використовується в суднових системах інерційної навігації.

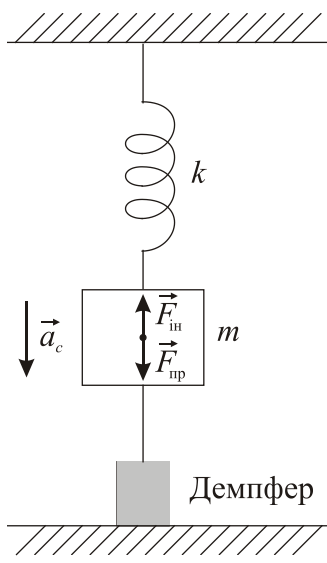


Рис. 1.20

Датчик лінійного прискорення або акселерометр – це прилад, принцип роботи якого базується на виникненні сили інерції при поступальному прискореному русі системи (наприклад, корабля). Основною частиною найпростішого акселерометра є вантаж, прикріплений до пружини (див. рис. 1.20). Якщо корабель починає рухатися поступально з прискоренням \vec{a}_c , то до вантажу прикладається сила інерції рівна $-m\vec{a}_c$. Під дією вантажу пружина буде деформуватися до тих пір, доки сила інерції за модулем не стане рівною силі інерції. Тоді $a_c = kx/m$, де k – коефіцієнт жорсткості пружини; x, m – видовження пружини і маса вантажу. Знаючи залежність $a_c(t)$ шляхом інтегрування (подвійного інтегрування) дістають значення швидкості (положення корабля в довільний момент часу). Для заспокоєння коливань вантажу використовують демпфер (погашувач коливань).

5. Судно починає рухатися зі стану спокою. При цьому пружина суднового акселерометра впродовж $t = 1$ хв виявляється деформованою на сталу величину $x = 1$ см. Коефіцієнт жорсткості пружини $k = 10$ Н/м, маса вантажу, прикріпленого до пружини $m = 1$ кг. Визначити швидкість (у вузлах) та переміщення (у морських милях) судна наприкінці вказаного проміжку часу.

Сталість величини деформації пружини свідчить про те, що рух судна є рівноприскореним. Користуючись розв'язком попередньої задачі, дістанемо: $a_c = kx/m = 0,1 \text{ м/с}^2$. Тоді, застосовуючи основні формули кінематики рівноприскореного руху, матимемо:

$$v = at = 3,1 \text{ вузлів}, \quad S = at^2/2 = 0,1 \text{ морських миль.}$$

6. Танкер, який рухається зі швидкістю $v_0 = 16$ вузлів, повністю втратив її за $\tau = 10$ с, коли зробив «повний назад». Вважаючи рух танкера рівносповільненим, визначити силу тиску наливного вантажу на перегородку відсіку (танку), обумовлену його гальмуванням, якщо висота танку $h_0 = 10$ м, ширина $b = 6$ м, довжина $a = 10$ м. Танк заповнений повністю нафтопродуктом з густиною $\rho = 920$ кг/м³.

Сила тиску $\vec{F}_{\text{тиску}}$ з боку наливного вантажу на переборку танкера при його сповільненому поступальному русі є нічим іншим як силою інерції, рівною $-m\vec{a}_c$. Оскільки прискорення спрямовано в бік протилежний руху судна, то сила інерції напрямлена за рухом судна, тобто діє на переборку, що знаходиться попереду неї. Масу наливного вантажу знайдемо за формулою: $m = \rho abh_0$. Оскільки при рівноприскореному русі $\vec{a} = (\vec{v} - \vec{v}_0)/t$ і $v = 0$, то прискорення судна $\vec{a}_c = -\vec{v}_0/\tau$. Тоді $\vec{F}_{\text{тиску}} = \rho abh_0 \vec{v}_0/\tau$, звідки $F_{\text{тиску}} \approx 454 \text{ кН}$, що еквівалентно вазі вантажу з масою приблизно рівною 46 т, який знаходиться у стані спокою.

7. Чому Земля є дещо сплюснутою біля полюсів?

За рахунок обертання Землі навколо своєї осі з кутовою швидкістю $\vec{\omega}_c$ на кожну її частину масою Δm в системі відліку, пов'язаною із Землею діє відцентрова сила $\vec{F}_{\text{відц}}$, спрямована вздовж перпендикуляра до осі обертання, проведеного до даної частини. Багато часу тому, коли Земля перебувала у повністю розплавленому стані (Земля, швидше за

все, ніколи не була у повністю розплавленому стані, можливо, лише центральні області, але точно була розігріта сильніше, ніж зараз. Цього було достатньо, враховуючи пластичність порід), і за рахунок дії відцентрової сили всі її частини віддалялися від осі обертання, причому найбільше відхилення зазнавали частини, що перебували на екваторі. Завдяки цьому Земля прийняла форму дуже близьку до трохи сплюснутого еліпсоїда обертання. В навігації також вводиться поняття геоїда – опуклої замкненої поверхні, що збігається з поверхнею води в морях та океанах в спокійному стані та перпендикулярну до напрямку сили тяжіння в довільній її точці.

8. Визначити величини кута поперечного ухилу α та підвищення рівня води Δh біля вгнутого берега (у порівнянні з її рівнем біля опуклого берега) якщо швидкість течії річки $v = 2\text{ м/с}$; радіус її викривлення $r = 200\text{ м}$; ширина $b = 100\text{ м}$. Прискорення вільного падіння g прийняти рівним $9,81/\text{м}^2$.

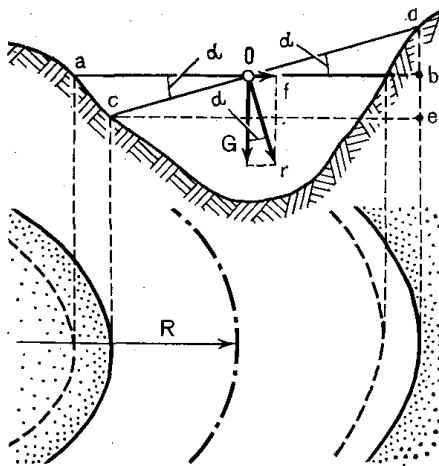


Рис. 1.21

Вільна поверхня рідини завжди встановлюється перпендикулярно до напрямку рівнодійної сил, що діють на кожну її частину масою Δm . Тому якщо поверхня рідини є нерухомою, то вона встановлюється горизонтально (тобто перпендикулярно до напрямку сили тяжіння $\vec{F}_T = \Delta m \vec{g}$). Якщо русло річки викривляється, то на кожну частину масою Δm в системі відліку, пов'язану з водою діє також відцентрова сила $F_{\text{відц}} = \Delta m \omega^2 r = \Delta m v^2 / r$, спрямована горизонтально та радіально від опуклого берега до вгнутого. Тому поверхня води складатиме деякий кут α з горизонталлю (кут поперечного ухилу) так щоб рівнодійна цих двох сил була перпендикулярна до поверхні (рис. 1.21). З рис. 1.21 слідує також, що при цьому рівень води біля

вгнутого берега у порівнянні з її рівнем біля опуклого берега має підвищитися на деяку величину Δh .

Із прямокутного трикутника сил (див. рис. 1.18) матимемо: $\text{tg} \alpha = F_{\text{відц}} / F_T = v^2 / gr$, звідки $\alpha = \text{arctg}(v^2 / gr) \approx 22'$. Далі, $\Delta h = b \cdot \text{tg} \alpha = bv^2 / gr \approx 20\text{ см}$. Таким чином, не дивлячись на дуже мале значення кута поперечного ухилу, висота підйому Δh за рахунок великої ширини річки складатиме доволі помітне значення.

9. Що таке судновий сепаратор? Виведіть формулу для результуючої сили \vec{F}_p , що діє на частинки у відцентровому сепараторі та поясніть на підставі неї його принцип дії.

Сепаратор (від англ. «separate» – відділяти) – це пристрій, що служить для відділення від палив і олів шкідливих домішок, води і твердих частинок. На судах зазвичай застосовуються сепаратори відцентрового типу. Їх принцип дії заснований на відкиданні до периферії обертового потоку рідини і частинок, що мають відносно велику густину. Основною частиною відцентрового сепаратора є вертикальний циліндр, що обертається з великою кутовою швидкістю $\vec{\omega}$.

Розглянемо для спрощення частинку прямокутної форми, початок якої знаходиться на відстані R від осі обертання циліндра. Нехай поперечний до радіуса циліндра переріз частинки дорівнює S_0 а радіальна довжина частинки – l . На частинку діють відцентрова сила інерції $\vec{F}_{\text{відц}}$, спрямована радіально до поверхні циліндра та сила \vec{F}_n , що обумовлена різницею тисків на неї з боку палива (її виникнення є аналогічним виникненню виштовхувальної сили, що діє на тіло, занурене в рідину) і спрямована в протилежний бік. Тоді, як-

що $l \ll R$, то $F_{\text{відц}} = m\omega^2 R = \rho V \omega^2 R$, $F_{\text{п}} = \Delta p S_0 = (p_2 - p_1) S_0$, де ρ – густина речовини частинки, $V = S_0 l$ – її об'єм, p_1 та p_2 є, відповідно тиском палива на відстані R та $R+l$ від осі циліндра.

Для знаходження тиску палива як функції від відстані до осі циліндра розглянемо нескінченно тонкий циліндричний шар палива з товщиною dr та бічною площею S , співвісний з циліндром. На нього діє нескінченно мала відцентрова сила, рівна $\rho_{\text{п}} S \omega^2 r dr$, де $\rho_{\text{п}}$ – густина палива. Тоді приріст тиску, обумовлений цим шаром $dp = \rho_{\text{п}} \omega^2 r dr$. Відповідно, тиск, пов'язаний з шаром рідини товщиною r знайдеться як інтеграл:

$$p(r) = \int_0^r dp = \int_0^r \rho_{\text{п}} \omega^2 r dr = \rho_{\text{п}} \omega^2 r^2 / 2. \text{ Оскільки в неінерціальній системі відліку, пов'язаної з}$$

циліндром паливо знаходиться у стані спокою, то має місце закон Паскаля (тиск всередині нерухомої рідини передається в усі боки однаково). Тому тиск палива, що діє на праву бічну поверхню частинки спрямований вліво і дорівнює $\rho_{\text{п}} \omega^2 (R+l)^2 / 2$ а тиск палива, що діє на її ліву бічну поверхню спрямований вправо і дорівнює $\rho_{\text{п}} \omega^2 R^2 / 2$. Тоді $\Delta p = \rho_{\text{п}} \omega^2 [(R+l)^2 - R^2] / 2 \approx \rho_{\text{п}} \omega^2 R l$ (тут ми знехтували l^2 , який є доданком другого порядку мализни у порівнянні з R^2). У такому разі, остаточно, дістанемо:

$F_p = (\rho - \rho_{\text{п}}) V \omega^2 R$. Таким чином, чим більшою є густина складової суміші, що знаходиться в сепараторі тим ближче до периферії вона розташовується. На цьому і заснований метод відцентрової сепарації.

10. Пояснити принцип дії відцентрового насоса, що широко використовується в суднових енергетичних системах, зокрема, в системах охолодження.

Корпус відцентрового насоса має, як правило, спіральну форму. Якщо корпус насоса повністю наповнений рідиною, то при наданні обертання корпусу (наприклад, за допомогою електродвигуна) рідина, яка знаходиться в каналах робочого колеса (між його лопатями), під дією відцентрової сили буде відкидатися від центру колеса до периферії. Це призведе до того, що в центральній частині корпусу створиться розрідження, а на периферії підвищиться тиск. При підвищенні тиску рідина з насоса надходить в напірний трубопровід. Внаслідок цього на виході всмоктуючого патрубку насоса утворюється розрідження, під дією якого рідина надходить в насос з усмоктувального трубопроводу. Таким чином, відбувається безперервна подача рідини відцентровим насосом з усмоктуючого в напірний трубопровід.

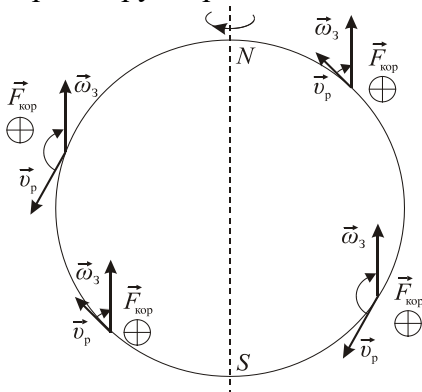


Рис. 1.22

11. Чому в північній півкулі праві береги річок є крутішими за ліві, а в південній – ліві за праві?

Позначимо швидкість течії певної річки в якійсь її точці через \vec{v}_p . Зрозуміло, що цей вектор спрямований по дотичній до поверхні Землі у цій точці. Але Земля обертається з кутовою швидкістю $\vec{\omega}_3$, спрямованою вздовж напрямку північ-південь. У системі відліку, пов'язаною із Землею на частинки води у річці буде діяти сила Коріоліса $\vec{F}_{\text{кор}} = -2m[\vec{\omega}_3 \times \vec{v}_p]$, де m – маса частинки. За властивістю векторного добутку $-\vec{\omega}_3 \times \vec{v}_p = \vec{v}_p \times \vec{\omega}_3$. Тому напрямком сили Коріоліса співпадає з напрямком вектора

$[\vec{v}_p \times \vec{\omega}_3]$. Користуючись правилом векторного добутку, неважко пересвідчитися, що для довільного напрямку \vec{v}_p у північній (південній) півкулі вектор $[\vec{v}_p \times \vec{\omega}_3]$ завжди спрямова-

ний перпендикулярно до нього в правий (лівий) бік, якщо дивитися вздовж вектора \vec{v}_0 із зовнішнього боку від поверхні Землі (див. рис. 1.22, на якому зображено два конкретних випадки напрямку швидкості течії). Отже, вода у річці під дією сили Коріоліса набуває певної швидкості у напрямку берега і «набігає» на нього. У результаті цього у північній півкулі підмиваються праві береги річок, тоді як в південній – ліві. Таким чином, у північній півкулі, як правило (існують і виключення), праві береги річок є крутішими за ліві, тоді як в південній – навпаки. Таке явище дістало назву ефекту (правила) Бера.

12. Поясніть причину відхилення пасатів та океанічної течії Гольфстрім від меридіонального напрямку.

Внаслідок дії сонячних променів в екваторіальній смузі нижні шари атмосфери, сильніше нагріваючись, піднімаються вгору завдяки чому на їх місце приходять нові більш холодні потоки повітря з півночі і з півдня. Через добове обертання Землі, внаслідок виникнення сили Коріоліса, ці течії повітря приймають у Північній півкулі напрямок у бік південного заходу (північно-східний пасат), а в Південній півкулі – напрямок на північний захід (південно-східний пасат). Відхилення океанічної течії Гольфстрім, яка виходить з Мексиканської затоки через Флоридську затоку в напрямі, близькому до меридіонального, також пояснюється дією коріолісової сили. Завдяки її дії ця течія відходить від берегів Америки, перетинає Атлантичний океан і виходить у Баренцове море біля берегів Скандинавії.

13. Судно починає свій рух вздовж паралелі φ . Вважаючи, що судно рухається зі сталою за модулем лаговою швидкістю \vec{v} , визначити зміну курсу судна α , за рахунок добового обертання Землі та за відсутності океанської течії.

За рахунок обертання Землі з кутовою швидкістю $\vec{\omega}_c$, на судно буде діяти сила Коріоліса $\vec{F}_{\text{кор}} = 2m[\vec{v} \times \vec{\omega}_3]$, спрямована перпендикулярно як вектору \vec{v} так і вектору $\vec{\omega}_3$. Розкладемо вектор $\vec{\omega}_c$ на дві складові: перпендикулярну до поверхні Землі та дотичну (паралельну) до неї в даній точці (рис. 1.23). Тоді $\vec{\omega}_3 = \vec{\omega}_\perp + \vec{\omega}_\parallel$ і

$$\vec{F}_{\text{кор}} = 2m[\vec{v} \times \vec{\omega}_3] = 2m[\vec{v} \times (\vec{\omega}_\perp + \vec{\omega}_\parallel)] = 2m[\vec{v} \times \vec{\omega}_\perp] + 2m[\vec{v} \times \vec{\omega}_\parallel],$$

(тут ми скористалися властивістю векторного добутку). Друга складова сили Коріоліса в правій частині останнього виразу спрямована перпендикулярно до поверхні Землі і не впливає на рух судна вздовж поверхні. Натомість, перша складова є дотичною до поверхні Землі і спрямована перпендикулярно вектору швидкості за довільного його напрямку (останній факт легко довести, згадавши, що вектор перпендикулярний площині є перпендикулярним довільному вектору, що лежить в цій площині; поверхню Землі для порівняно невеликих ділянок руху судна можна вважати плоскою). Саме ця складова зумовлює виникнення доцентрового прискорення, тобто викривляє рух судна (саме тому, інколи, силу Коріоліса називають «поворотною» силою).

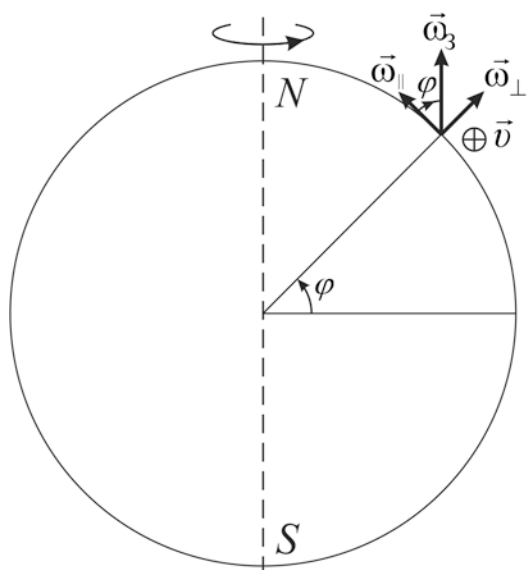


Рис. 1.23

Скориставшись другим законом Ньютона, відомим виразом для модуля доцентрового прискорення та співвідношенням $\vec{\omega}_\perp = \vec{\omega}_3 \sin \varphi$ (див. рис. 1.23), матимемо:

$$2mv\omega_3 \sin \varphi = m \frac{v^2}{r},$$

де m – маса судна; r – радіус кривизни траєкторії руху судна в даній точці. Звідси $r = v/(2\omega_3 \sin \varphi)$. З останнього виразу слідує, що за умови сталої за модулем швидкості та відсутності океанської течії (вважаємо також, що судно наближено лишається на тій самій паралелі), радіус кривизни траєкторії руху лишається сталим. У такому разі судно буде наближено рухатися по дузі кола. Його кутова швидкість

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{v}{r} = 2\omega_3 \sin \varphi$$

(тут α – зміна курсу судна або кут повороту вектора швидкості) також наближено лишається сталою. Тоді з останнього виразу дістанемо: $\alpha = 2\omega_3 \sin \varphi t = 4\pi \sin \varphi t/T_3$. Тут T_3 – період добового обертання Землі. В останній формулі кут повороту α вимірюється в радіанах. Для того, щоб визначити цей кут в градусах, слід помножити її праву частину на $180^\circ/\pi$. Якщо ще ввести безрозмірний час, виражений в долях періоду Землі ($\tau = t/T_3$), то остаточно матимемо: $\alpha = 720^\circ \sin \varphi \tau$.

Аналіз кінцевого виразу показує, що при зміщенні початого курсу судна від екватора до полюса величина викривлення траєкторії зростає. Якщо прийняти $\varphi = 60^\circ$ і вважати, що курс судна постійно не вимірюється і не коректується, то вже через одну годину ходу він зміниться на $\alpha = 26^\circ$! Наостанок зазначимо, що на перший погляд, окрім сили Коріоліса на судно повинна також діяти перпендикулярна до курсу і дотична до поверхні Землі, складова відцентрової сили. Насправді ж, відцентрову силу враховано в формі поверхні океану і на рух судна вона не впливає (відцентрові сили як і гравітаційні сили є потенційними).

7. Робота і енергія. Імпульс. Закони збереження в механіці

1. З якою сталою лаговою швидкістю v буде рухатися судно, якщо корисна потужність його головного дизельного двигуна $N = 1 \text{ МВт}$ а коефіцієнт опору води k_v за відносно невеликих швидкостей дорівнює $4 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{с/м}$.

При встановленому рівномірному русі судна упор гвинта має дорівнювати силі опору з боку води: $F_{\text{гв}} = F_{\text{оп}}$. Але $F_{\text{гв}} = N/v$, $F_{\text{оп}} = k_v v$. Тоді $v = \sqrt{N/k_v} = 5 \text{ м/с} \approx 10 \text{ вузлів}$.

2. Астронавти «Скайлеба» за допомогою спеціального радіолокаційного висотоміра виявили, що поверхня океану в районі «Бермудського трикутника» нижче за нормальний рівень на $h=25$ метрів (див., наприклад, журнал «Наука и жизнь», 1976 №9). Вважаючи, що цей «прогин» можна пояснити наявністю під дном океану кульової порожнини, заповненою водою, оцінити радіус цієї порожнини.

Оскільки частинки води на поверхні знаходяться в рівновазі, то їхня потенціальна енергія однакова як у «поглибленні», так і далеко від порожнини (рис. 1.24). Далек від порожнини вона дорівнює $-GM_{\text{с}}m/R_{\text{с}}$, у нижчій точці «поглиблення»

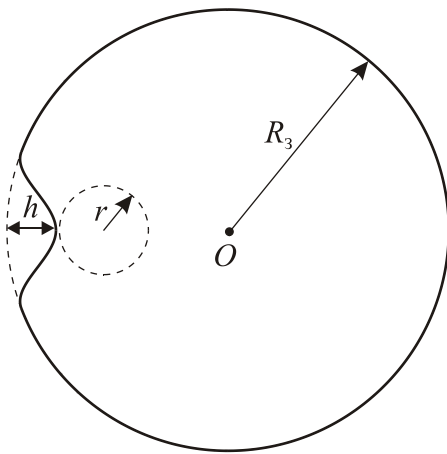


Рис. 1.24

$$-G \frac{M_{\text{с}}m}{R_{\text{с}} - h} + G \frac{\rho_{\text{с}} V m}{H + r},$$

де m – маса елемента води, H – середня глибина океану, $V = (4/3)\pi r^3$ – об'єм порожнини (другий доданок відповідає потенціальній енергії елемента в полі порожнини). Прирівнюючи ці потенціальні енергії і враховуючи, що $\rho_{\text{с}} = 3M_{\text{с}}/4\pi R_{\text{с}}^3$, дістанемо:

$hR_{\text{с}}(H + r) = r^3$. Для оцінки приймемо, що порядки величин H і r є однаковими. Тоді

$$r \approx \sqrt{2hR_{\text{с}}} \approx 15,7 \text{ км}.$$

Таким самим чином можна оцінити висоту припливу. Для цього слід прирівняти потенціальні енергії в місцях припливу і відпливу (див. наступну задачу).

3. Оцінити величину висоти земних припливів, виходячи зі статичної теорії.

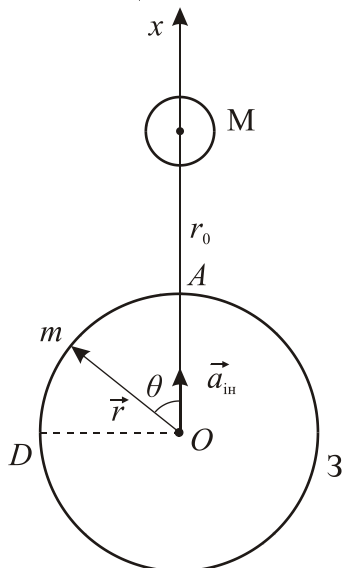


Рис. 1.25

Вздовж вільної поверхні рідини потенціальна енергія всіх діючих на її частинки сил повинна лишатися сталою. У системі відліку, пов'язаною із Землею на частинки води в океані діють сили всесвітнього тяжіння з боку Землі й Місяця та сили інерції, пов'язані із поступальним прискореним рухом Землі відносно Місяця, завдяки дії сили всесвітнього тяжіння з боку нього. У гравітаційному полі Землі потенціальна енергія елемента води масою m дорівнює $-GM_{\text{с}}m/r$, потенціальна енергія у гравітаційному полі Місяця є рівною $-GM_{\text{л}}m/r_{\text{л}}$, де $M_{\text{с}}$ та $M_{\text{л}}$ – маси Землі й Місяця; $r_{\text{л}}$ – відстань від Місяця до елемента води.

Для знаходження потенціальній енергії, пов'язаної із силою інерції, знайдемо спочатку вираз для неї. У випадку поступального руху з прискоренням $\vec{a}_{\text{з}}$ сила інерції $\vec{F}_{\text{з}} = -m\vec{a}_{\text{з}}$. Застосувавши другий закон Ньютона та закон всесвітнього тяжіння для модуля прискорення, якого набуває Земля, внаслідок притягання до Місяця, дістанемо $a_{\text{з}} = GM_{\text{л}}/r_0^2$, де r_0 – відстань між Землею та

Місяцем. Спрямуємо від центра мас Землі до Місяця вісь Ox (рис. 1.25) Проекція сили інерції на цю вісь $F_{\text{ін}x} = -ma_{\text{ін}}$. Елементарна робота dA сили інерції при проходженні елементом води відстані dx дорівнюватиме $F_{\text{ін}x} dx = -ma_{\text{ін}} dx$. Але, оскільки сила інерції є потенціальною, то $dA = -dW_{\text{ін}}$, де $W_{\text{ін}}$ – потенціальна енергія, пов’язана із силою інерції, і $dW_{\text{ін}} = ma_{\text{ін}} dx$. Інтегруючи останню рівність, дістанемо $W_{\text{ін}} = ma_{\text{ін}} x$ (сталу інтегрування в даному випадку можна покласти рівною нулю). Якщо позначити через \vec{r} радіус-вектор, проведений із центра мас Землі до точки знаходження елемента води, то $x = r \cos \theta$, де θ – кут між \vec{r} і віссю Ox . Тоді $W_{\text{ін}} = ma_{\text{ін}} r \cos \theta = GM_{\text{М}} m r \cos \theta / r_0^2$.

За умови сталості сумарної потенціальної енергії вздовж вільної поверхні рідини, остання повинна бути однакою для точок A ($\theta = 0$) і D ($\theta = \pi/2$) (див. рис. 1.19), різниця відстаней $r+h$ та r від яких до центра Землі визначає висоту припливу h . Тоді з урахуванням виразів для різних компонент потенціальної енергії, наведених вище, матимемо:

$$-G \frac{M_{\text{С}} m}{r+h} - G \frac{M_{\text{М}} m}{r_0 - (r+h)} + G \frac{M_{\text{М}} m (r+h)}{r_0^2} = -G \frac{M_{\text{С}} m}{r} - G \frac{M_{\text{М}} m}{\sqrt{r_0^2 + r^2}},$$

або

$$M_{\text{С}} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+h} \right) = M_{\text{М}} \left(\frac{1}{r_0 - (r+h)} - \frac{1}{\sqrt{r_0^2 + r^2}} - \frac{r+h}{r_0^2} \right).$$

Для наближеного знаходження величини h з останнього рівняння, прийемо до уваги, що $h \ll r \ll r_0$. У такому разі $(1/r) - (1/(r+h)) = h/(r(r+h)) \approx h/r^2$. Щоб обчислити різницю дробів, що фігурують у правій частині отриманого рівняння, знехтуємо у них скрізь висотою h і застосуємо формулу $(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$ ($x \ll 1$) для знаходження наближеного виразу для дробу $(r_0^2 + r^2)^{-1/2}$. Маємо:

$$(r_0^2 + r^2)^{-1/2} = r_0^{-1} \left(1 + \frac{r^2}{r_0^2} \right)^{-1/2} \approx r_0^{-1} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{r^2}{r_0^2} \right) = \frac{2r_0^2 - r^2}{2r_0^3}.$$

Тоді

$$\frac{1}{r_0 - r} - \frac{1}{\sqrt{r_0^2 + r^2}} \approx \frac{1}{r_0 - r} - \frac{2r_0^2 - r^2}{2r_0^3} = \frac{2r_0^2 r + r_0 r^2 - r^3}{2r_0^3 (r_0 - r)} \approx \frac{2r_0^2 r + r_0 r^2}{2r_0^3 (r_0 - r)}$$

і

$$\frac{1}{r_0 - (r+h)} - \frac{1}{\sqrt{r_0^2 + r^2}} - \frac{r}{r_0^2} \approx \frac{2r_0^2 r + r_0 r^2}{2r_0^3 (r_0 - r)} - \frac{r}{r_0^2} = \frac{3}{2} \frac{r^2}{r_0^2 (r_0 - r)} \approx \frac{3}{2} \frac{r^2}{r_0^3}.$$

Тому

$$M_{\text{С}} \frac{h}{r^2} = \frac{3}{2} M_{\text{М}} \frac{r^2}{r_0^3}.$$

Якщо покласти $r \approx R_{\text{С}}$, то остаточно дістанемо:

$$h \approx \frac{3}{2} \frac{M_{\text{М}}}{M_{\text{С}}} \left(\frac{R_{\text{С}}}{r_0} \right)^3 R_{\text{С}}.$$

Оскільки $M_{\text{М}}/M_{\text{С}} = 1/81$, $R_{\text{С}}/r_0 = 1/60$, то $h = 0,55$ м. На відкритих островах в океані амплітуда припливу в повний і новий місяці зазвичай становить порядку 1 м. Ця величина узгоджується з тим, що дає статична теорія припливів. У берегів океанів амплітуда припливів складає приблизно 2 м. Місць з амплітудою 3 м небагато, а з амплітудою 6 м дуже мало. Усі вони знаходяться або в вузьких протоках або в глибині довгих заток.

4. Для опису динаміки нерівномірного руху тіла у в'язкій рідині вводиться поняття приєднаної маси. Поясніть природу виникнення приєднаних сил, виведіть формулу для їхнього знаходження та наведіть оціночне значення величини приєднаної маси для суден, що плавають у воді.

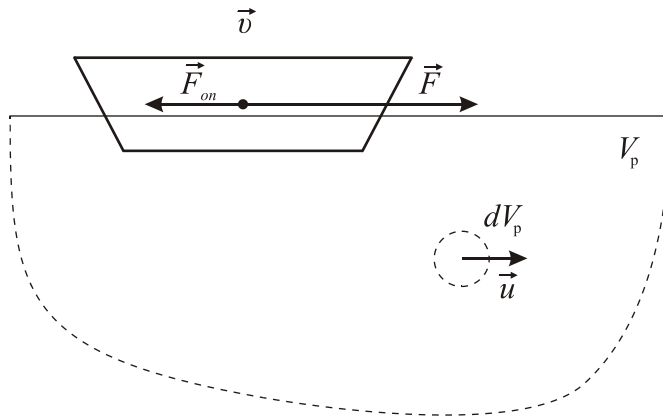


Рис. 1.26

Припустимо, що деяке тіло (наприклад, корабель) масою m рухається під дією зовнішньої сили \vec{F} у напрямку осі Ox зі змінною швидкістю проекція якої на вісь Ox дорівнює v_x (рис. 1.26). Завдяки наявності сил рідкого тертя тіло виводить зі стану спокою прилеглий до нього шар рідини, а той, за рахунок сил внутрішнього тертя сусідні з ним шари.

Таким чином, рідина в об'ємі V_p приходить у рух. Отже, частина енергії, що надається тілу ззовні, перетворюється

на кінетичну енергію рідини в об'ємі V_p . Для знаходження цієї величини виділимо всередині об'єму V_p елементарний об'єм dV_p швидкість якого в певний момент часу позначимо через u . Тоді кінетична енергія цього елементарного об'єму

$$dW_{кр} = \frac{\rho_p dV_p u^2}{2}.$$

Помножимо і розділимо обидві частини цієї рівності на квадрат миттєвої швидкості тіла:

$$dW_{кр} = \frac{v_x^2}{2} \frac{\rho_p dV_p u^2}{v_x^2}.$$

Кінетичну енергію всього об'єму рідини V_p , виведеного зі стану спокою, дістанемо, інтегруючи останній вираз:

$$W_{кр} = \left[\rho_p \int_V \left(\frac{u}{v_x} \right)^2 dV_p \right] \frac{v_x^2}{2}.$$

Вираз в квадратних дужках має розмірність маси і зветься приєднаною масою:

$$\lambda_x = \rho \int_V \left(\frac{u}{v_x} \right)^2 dV.$$

Тоді

$$W_{кр} = \frac{\lambda_x v_x^2}{2}.$$

З цього виразу слідує, що приєднаною масою зветься така фіктивна маса рідини, кінетична енергія якої при її русі зі швидкістю тіла дорівнює кінетичній енергії оточуючій тіло рідині. Приєднана маса залежить від форми зануреної в рідину частини тіла і напрямку його руху.

Визначимо силу динамічної дії з боку рухомої рідини на тіло. Позначимо через R_x проекцію сили реакції з боку рідини на тіло. Для її визначення застосуємо теорему про зміну кінетичної енергії. За третім законом Ньютона з боку тіла на рідину буде діяти сила $-R_x$. Робота цієї сили на проміжку шляху dx буде дорівнювати зміні $dW_{кр}$ кінетичної енергії рідини. Враховуючи, що $dx = v_x dt$, будемо мати:

$$-R_x v_x dt = d\left(\frac{\lambda_x v_x^2}{2}\right).$$

У такому разі

$$R_x = \frac{1}{v_x} \frac{\lambda_x}{2} \frac{d}{dt}(v_x^2) = -\lambda_x \frac{dv_x}{dt}.$$

З останнього виразу слідує, що сила дії з боку рідини на тіло при його прискореному русі дорівнює добутку приєднаної маси тіла на його прискорення. Оскільки ця сила пропорційна прискоренню то у відповідності з відомою термінологією теоретичної механіки її прийнято називати інерційною гідродинамічною силою. Через те, що знак приєднаної маси є завжди додатним, знак проекції інерційної сили визначається знаком проекції прискорення: при $dv_x/dt > 0$ проекція $R_x < 0$ і навпаки, якщо $dv_x/dt < 0$ то $R_x > 0$. У випадку, коли тіло рухається рівномірно ($dv_x/dt = 0$) інерційна гідродинамічна сила є відсутньою.

З урахуванням виразу для проекції сили R_x другий закон Ньютона можна переписати у вигляді:

$$(m + \lambda_x) \frac{dv_x}{dt} = F - F_{\text{оп}},$$

де $F_{\text{оп}}$ – сила опору з боку рідини. Вираз у дужках лівої частини цього рівняння можна трактувати так, що вплив рідини на тіло, яке рухається в ньому з прискоренням ніби призводить до збільшення маси тіла на величину λ_x . У зв'язку з цим величина λ_x дістала назву приєднаної маси. Аналітичні вирази для величин приєднаних мас можна отримати лише у тіл найпростішої геометричної форми у випадку їх руху в безмежній ідеальній рідині. При русі судна в реальній рідині, що має вільну поверхню величина приєднаної маси складає приблизно 10–15% від його маси.

5. Пояснити, чи може парусний човен приводитися в рух струменем повітря від повітродувки, що перебуває на самому човні.

Струмін повітря з повітродувки, який ударає у вітрило, що знаходиться попереду, надає човну імпульс вперед, але рівна йому сила реакції відштовхує повітродувку разом з човном назад. Отже, такий спосіб використання сили реакції не приводить до мети. Цей приклад ще раз доводить, що внутрішні сили не можуть змінити імпульс системи.

6. Опишіть принцип дії суднового водометного рушія та виведіть формулу для величини упора такого двигуна в реальних умовах.

Водометні рушії, як і гребні гвинти, відносяться до числа гідрореактивних двигунів, що створюють упор за рахунок реакції маси води, яка відкидається з деякою швидкістю. На відміну від гребного гвинта, рухомі частини водомета знаходяться всередині корпусу судна і надійно захищені від пошкоджень при зустрічі з підводними перешкодами, що і визначає основну перевагу цього виду рушіїв. У водометному рушії вода через носову частину за рахунок насоса надходить всередину судна і отримавши деяке прискорення викидається через вузьке сопло (для набуття більшої швидкості) в кормовій частині. Таким чином, рух такого судна є реактивним.

Як відомо, в такому випадку на нього діє реактивна сила $\vec{R} = -K\vec{u}$, де K – маса води, що викидається соплом за одиницю часу; \vec{u} – швидкість цієї води відносно судна. Скориставшись законом додавання швидкостей, для модуля реактивної отримаємо наступний вираз: $R = K(v + v'_0)$, де v – швидкість струменя відносно оточуючої води; v'_0 – модуль швидкості з якою сопло зустрічає потік води, що набігає на нього. Остання величина може дещо відрізнятись від модуля справжньої лагової швидкості судна \vec{v}_0 . Річ у тому, що при русі судна у воді, завдяки дії сили рідкого тертя між шаром рідини, що примикає до корпусу судна й самим судном, цей шар захоплюється ним в напрямку руху судна. Крім

того, в простір, що вивільняється кормою рухомого судна, спрямовується потоком вода. В результаті цього утворюється так званий попутний потік рідини. Тому швидкість \vec{v}'_0 виявляється меншою за модулем від швидкості \vec{v}_0 на деяку величину Δv_0 .

Відношення $w = \Delta v_0 / v_0$ зветься коефіцієнтом попутного потоку, значення якого для різних випадків коливається в межах від 0,05 до 0,3. З урахуванням цього факту дістанемо: $v'_0 = v_0(1 - w)$. Внаслідок розрідження, що виникає у кормовій частині судна за рахунок існування струменя води, яка викидається з великою швидкістю крізь сопло, виникає перепад тисків між носовою та кормовою частинами судна. Цей факт зумовлює виникнення засмоктуючої гальмівної сили \vec{F}_3 , спрямованої проти руху судна. Відношення модуля цієї сили до модуля сили реакції струменя називають коефіцієнтом засмоктування q ($q = F_3 / R$), значення якого лежить в межах 0,02–0,3. З урахуванням цих поправок (які мають місце і в теорії гребного гвинта) величину результуючого упору \vec{F} водометного рушія можна представити у вигляді: $F = K(v + v_0(1 - w))(1 - q)$. Як видно з наведеної формули, наявність середовища призводить до зменшення значення упору у порівнянні з ідеальними умовами ($w = q = 0$), коли $F = R = K(v + v_0)$.

7. Якою є масова витрата води K за одиницю часу гідрореактивного двигуна судна, якщо воно рухається зі сталою лаговою швидкістю $v = 10$ вузлів, а відносна швидкість відкидання води $u = 10$ м/с. Коефіцієнт опору води руху судна $k_v = 10^4$ Н·с/м.

За умови сталості швидкості судна реактивна сила з боку водометного рушія повинна дорівнювати силі опору з боку води: $R = F_{\text{оп}}$. Але $R = Ku$, $F_{\text{оп}} = k_v v$. Тоді $K = k_v v / u \approx 5 \text{ т/с}$.

8. Виведіть формули для знаходження упору, корисної потужності та ККД гребного гвинта.

Нехай \vec{v} – швидкість руху води відносно корпусу судна при його русі (вона, вочевидь, дорівнює лаговій швидкості корабля), \vec{u} – додаткова швидкість, якої набуває вода після відкидання від гвинта. За другим законом Ньютона імпульс сили $\vec{F}\Delta t$, де \vec{F} – упор гвинта, дорівнює зміні імпульсу води $\vec{\Delta p}$ що проходить крізь коло площею S та діаметром рівним діаметру гвинта. Зміну імпульсу можна знайти як добуток маси води m , що пройшла крізь переріз S за час Δt на швидкість \vec{u} . Об'єм води, що пройшов крізь цей переріз за вказаний проміжок часу буде рівним добутку площі основи циліндра S на його висоту, яка, вочевидь, дорівнює $v\Delta t$. Тоді $m = \rho S v \Delta t$ і $F = \rho S u v$. Як відомо, корисною потужністю є потужність, що витрачається на приведення в рух тіла; вона обчислюється за формулою $N_{\text{кор}} = Fv$. Отже, у нашому випадку $N_{\text{кор}} = \rho S u v^2$. ККД рушія η визначається як відношення корисної роботи гвинта $N_{\text{кор}}\Delta t$ до повної (витраченої). Повна робота, що здійснюється гвинтом, витрачається на збільшення кінетичної енергії рухомого потоку води:

$$A_i = \frac{m(v+u)^2}{2} - \frac{mv^2}{2} = muv + \frac{mu^2}{2} = \rho S u v \Delta t \left(v + \frac{u}{2} \right).$$

Звідси $\eta = 1 / [1 + (u/2v)] = 1 / [1 + (F/2\rho S v^2)]$. З останньої формули слідує, що ККД гребного гвинта зростає при збільшенні його діаметра та лагової швидкості судна. При зростанні упору гвинта величина η зменшується. Оскільки упор є пропорційним частоті обертання гвинта то ККД зростає при зменшенні останньої. Недарма, наприклад, кити, для економного розходу своєї енергії, здійснюють повільні рухи плавником під час руху.

9. Проаналізуйте вплив відносного напрямку руху кораблів, їхніх швидкостей та мас на ступень руйнування судна, яке зазнає найбільших ушкоджень.

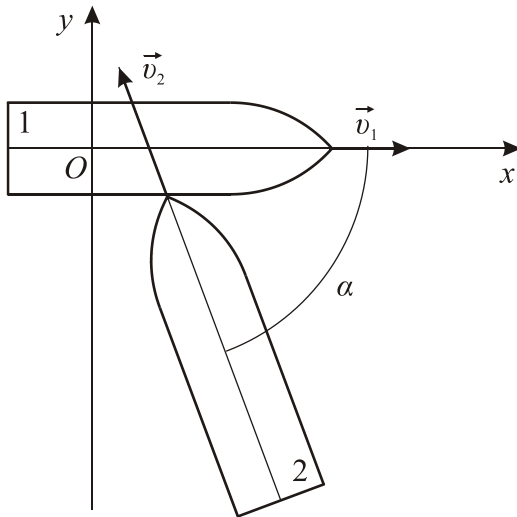


Рис. 1.27

Нехай перше судно масою m_1 рухається зі швидкістю \vec{v}_1 уздовж позитивного напрямку осі Ox (рис. 1.27). Друге судно масою m_2 рухається зі швидкістю \vec{v}_2 і завдає удару форштевнем у борт першого судна, так що кут зіткнення (див. рис. 1.26) дорівнює α . Запишемо закон збереження імпульсу для системи двох кораблів в проекціях на вісь Ox і перпендикулярну до неї вісь Oy , яка також знаходиться у горизонтальній площині, нехтуючи малими, у порівнянні з ударним, імпульсами сил опору води:

$$\begin{cases} Ox: m_1 v_1 - m_2 v_2 \cos \alpha = m_1 v'_{1x} + m_2 v'_{2x} \\ Oy: m_2 v_2 \sin \alpha = m_1 v'_{1y} + m_2 v'_{2y} \end{cases}$$

У цих рівностях штриховані швидкості є швидкостями суден після удару. Розв'язуючи отриману систему рівнянь відносно кінцевих швидкостей, у підсумку дістанемо:

$$v'_{1x} = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2 \cos \alpha}{m_1 + m_2 / k_{\parallel}}, \quad v'_{2x} = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2 \cos \alpha}{k_{\parallel} m_1 + m_2}, \quad v'_{1y} = \frac{m_2 v_2 \sin \alpha}{m_1 + m_2 / k_{\perp}}, \quad v'_{2y} = \frac{m_2 v_2 \sin \alpha}{k_{\perp} m_1 + m_2},$$

де $k_{\parallel} = v'_{1x} / v'_{2x}$, $k_{\perp} = v'_{1y} / v'_{2y}$.

Для подальшого аналізу прийемо, що удар є абсолютно непружним, тобто кораблі після зіткнення рухаються як єдине ціле ($k_{\parallel} = 1$, $k_{\perp} = 1$). Такий випадок є найбільш важливим, оскільки при ньому судна зазнають найбільших ушкоджень (найбільша частина сумарної кінетичної енергії перетворюється в енергію деформації та внутрішню енергію). Крім того будемо припускати, що кінетична енергія обертального руху, що збуджується при нецентральному косому ударі, є набагато меншою від енергії поступального руху. За таких умов енергія остаточної деформації, судна що найбільш ушкоджується, буде пропорційною різниці між сумарними початковою і кінцевою кінетичними енергіями суден $-\Delta W_{\text{ск}}$. При пластичній деформації деформація не залежить від механічного напруження; отже, поміж деформацією й енергією деформації повинен існувати прямопропорційний зв'язок. У такому разі величини поперечного (δ_{\perp}) та поздовжнього (δ_{\parallel}) пошкоджень першого судна будуть пропорційними різниці поміж відповідними сумарними початковою і кінцевою кінетичними енергіями суден. Тоді, з урахуванням знайдених виразів, остаточно отримаємо:

$$\delta_{\perp} = K_{\perp} r_{\perp} W_{k_2} f_{\perp}, \quad \delta_{\parallel} = K_{\parallel} r_{\parallel} W_{k_2} f_{\parallel}, \quad (1)$$

де K_{\perp} , K_{\parallel} – константи, що характеризують пружні властивості борта першого судна; r_{\perp} , r_{\parallel} – величини, які дорівнюють долі відповідної компоненти $-\Delta W_{\text{ск}}$, яка перетворюється в енергію деформації першого судна; $W_{k_2} = m_2 v_2^2 / 2$ – кінетична енергія другого судна безпосередньо перед зіткненням. Безрозмірні функції f_{\perp} , f_{\parallel} задаються виразами:

$$f_{\perp} = \frac{k_m (2 + k_m)}{(1 + k_m)^2} \sin^2 \alpha, \quad f_{\parallel} = \frac{k_m}{(1 + k_m)} (k_v + \cos \alpha)^2, \quad (2)$$

де $k_m = m_1 / m_2$, $k_v = v_1 / v_2$.

Зі співвідношень (1), (2) слідує, що ушкодження першого судна є прямопропорційними масі і квадрату швидкості другого судна. Крім того величини δ_{\perp} та δ_{\parallel} сильно зале-

жать від кута атаки. Максимальні поперечні ушкодження мають місце при перпендикулярних курсах суден; при цьому функція $f_{\perp}(\alpha)$ є симетричною відносно значення $\alpha = 90^\circ$ й обертається в нуль при $\alpha = 0$ та $\alpha = 180^\circ$ (див. рис. 1.28). Максимальні поздовжні ушкодження повинні спостерігатися при зустрічних курсах (див. рис. 1.29–1.31), мінімальні – при співнапрямлених, якщо $k_v \geq 1$ (рис. 1.28–1.29) (при $k_v < 1$ функція f_{\parallel} обертається в нуль за умови $\cos \alpha = -k_v$ (див. рис. 1.31); це пов'язано зі збігом поздовжніх компонент швидкостей суден до удару).

За даної величини маси другого судна обидві компоненти ушкоджень зростають при збільшенні відношення мас першого і другого судна k_m . Поздовжня компонента f_{\parallel} додатково залежить від відношення швидкостей першого і другого судна k_v . За даної величини швидкості другого судна f_{\parallel} зростає при збільшенні k_v (за великих значень k_v така залежність є квадратичною). Таким чином, у випадку, коли зіткнення суден уникнути неможливо, капітану першого судна дуже важливо терміново зменшити його швидкість.

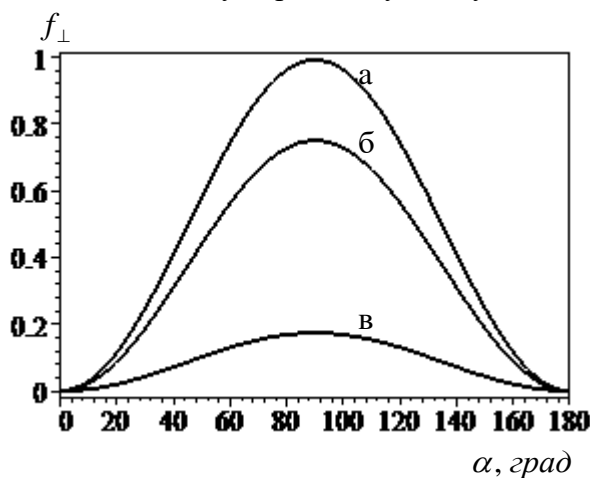


Рис. 1.28. Залежність $f_{\perp}(\alpha)$ за різних значень параметра k_m .

а) $k_m = 10$; б) $k_m = 1$; в) $k_m = 0,1$

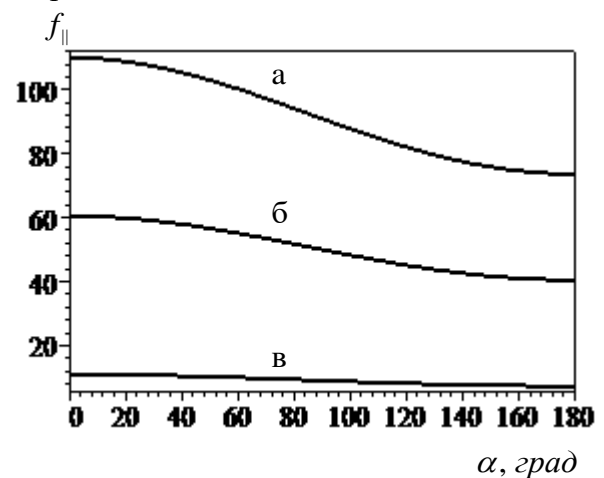


Рис. 1.29. Залежність $f_{\parallel}(\alpha)$ за різних значень параметра k_m і $k_v = 10$.

а) $k_m = 10$; б) $k_m = 1$; в) $k_m = 0,1$

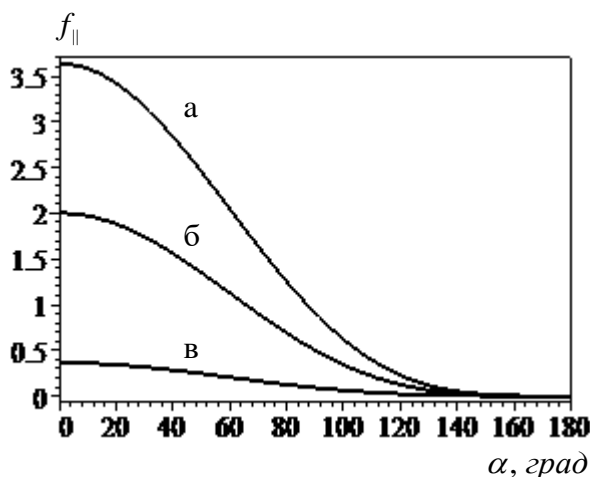


Рис. 1.30. Залежність $f_{\parallel}(\alpha)$ за різних значень параметра k_m і $k_v = 1$.

а) $k_m = 10$; б) $k_m = 1$; в) $k_m = 0,1$

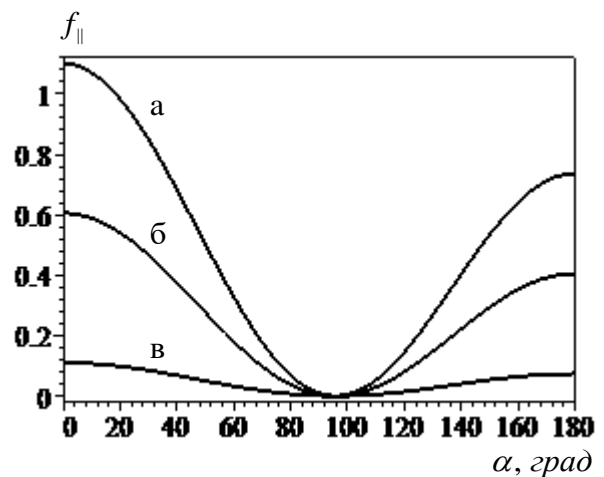


Рис. 1.31. Залежність $f_{\parallel}(\alpha)$ за різних значень параметра k_m і $k_v = 0,1$.

а) $k_m = 10$; б) $k_m = 1$; в) $k_m = 0,1$

10. Оцінити максимальну силу пружності, що виникає в тросі під час ривка

(поздовжнього удару) при буксировці суховантажного судна після його розпрямлення (виходу з прослабленого стану). Коефіцієнт жорсткості каната k , маса буксира m , маса суховантажу M . Швидкість буксира в момент розпрямлення каната v_0 . Масою троса у порівнянні з масами буксира та суховантажу знехтувати.

Вважаючи, що час поздовжнього удару є дуже малим, можна знехтувати проявом сил опору води та упором гвинта. У такому разі систему буксир-суховантаж можна вважати замкненою і застосувати закони збереження імпульсу та енергії. В проекціях на координатну вісь, спрямовану вздовж вектора \vec{v}_0 закон збереження імпульсу матиме вигляд: $mv_0 = mu_1 + Mu_2$, де u_1 та u_2 модулі швидкостей буксира та суховантажу в довільний момент часу з проміжку часу ривка. Закон збереження енергії можна записати наступним чином:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mu_1^2}{2} + \frac{Mu_2^2}{2} + W_d,$$

де W_d – енергія деформації. Якщо вважати деформацію каната пружною, то потенціальна енергія такої деформації $W_p = kx^2/2$, де x – величина видовження троса. Але за законом Гука модуль сили пружності $F_{\text{пр}} = k|x|$. Тоді $W_p = F_{\text{пр}}^2/2k$. Максимальна деформація, а отже і максимальна сила пружності досягаються при $u_1 = u_2$ тобто при рівності нулю відносної швидкості буксира відносно суховантажу (цей факт можна довести й математично, визначаючи із закону збереження енергії силу пружності і досліджуючи, з використанням закону збереження імпульсу, залежність $F_{\text{пр}}(u_1)$ при фіксованому значенні v_0). Користуючись цим твердженням, дістанемо: $u_1 = mv_0/(m+M)$. Тоді $F_{\text{пр max}} = \sqrt{kmM/(m+M)v_0}$. З наведеної рівності слідує, що максимальна сила пружності є прямопропорційною швидкості буксира на початку ривка. Таким чином, вивід буксирного каната з прослабленого стану повинен здійснюватися за якомога меншої швидкості буксира.

8. Динаміка обертального руху твердого тіла

1. Порівняйте величини моментів інерції судна під час обертання навколо поздовжньої та поперечної горизонтальних осей, що проходять через його центр мас.

Як відомо, момент інерції тіла відносно певної осі обчислюється за формулою: $J = \int r^2 dm$, де r – відстань від осі обертання до елемента тіла масою dm . Через те, що ширина судна завжди є меншою від його довжини, то середня відстань від розподіленої маси, що обертається навколо поздовжньої осі, що проходить через центр мас тіла буде меншою від аналогічної величини для випадку обертання навколо поперечної осі. Отже, й наведений інтеграл (момент інерції) в першому випадку буде меншим ніж у другому.

2. Вантаж масою $m = 20$ т з палуби судна перемістили в трюм. При цьому вантаж наблизився до центру плавучості на $d = 10$ м. На скільки змінився момент інерції судна навколо діаметральної осі? Розмірами вантажу знехтувати (вважати точковим), центр плавучості судна знаходиться на відстані $l = 15$ м від палуби.

Центр плавучості (центр величини) – це точка в розрізі судна, до якої прикладена виштовхувальна сила навколишньої води, яка спрямована вертикально вгору; вона збігається з геометричним центром підводної частини судна. Судно, що знаходиться на плаву, під час крену, має обертатися навколо центра плавучості, який, в свою чергу, при цьому зміщується поступально вздовж певної криволінійної траєкторії. Тому момент інерції судна приводиться завжди до осі, що проходить через центр плавучості. Позначимо власний момент інерції судна навколо горизонтальної діаметральної осі через J_c . Оскільки момент інерції як і маса тіла є величиною адитивною, то загальний момент інерції судна разом із вантажем $J = J_c + mr^2$, де r – найкоротша відстань від вантажу до осі обертання. Тоді $\Delta J = m((l-d)^2 - l^2) = -4 \cdot 10^6 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Знак «мінус» вказує на те, що загальний момент інерції зменшився.

3. Виведіть формулу для знаходження часу вільного вибігу τ судового електропривода.

Під електроприводом розуміють електромеханічну систему (частиною якої є, наприклад, електричний вал), призначену для приведення в рух виконавчих механізмів робочих машин (гребного гвинта, барабана лебідки и т.п.). Вільний вибіг електропривода – це проміжок часу, за який він зупиняється після відімкнення від мережі. В цей період рух електропривода відбувається лише під дією гальмівного (статичного) моменту \vec{M}_r , пов'язаного, зокрема, з тертям у деталях та опором (руху гвинта) води. Запишемо основне рівняння динаміки обертального руху тіла в проєкціях на вісь симетрії Oz привода: $J_z \varepsilon_z = J_z d\omega_z/dt = -M_r$, де J_z – загальний момент інерції системи електропривод-виконавчий механізм відносно осі Oz . Звідси

$$\int_0^\tau dt = -J_z \int_{\omega_0}^0 (1/M_r) d\omega,$$

де ω_0 – кутова швидкість обертання привода на початку вибігу. Припускаючи, що гальмівний момент не залежить від миттєвої швидкості обертання, дістанемо:

$$\tau = J_z \frac{\omega_0}{M_a}$$

З отриманої рівності слідує, що за певної кутової швидкості обертання привода час вибігу є прямо пропорційним його моменту інерції та обернено пропорційним гальмівному моменту. Оскільки цей час за рахунок статичного гальмівного моменту буває дуже ве-

ликим та не відповідає вимогам, що пред'являються до електропривода то використовують додаткові різноманітні засоби електричного та механічного гальмування. Крім того, для зменшення моменту інерції системи вал електропривода роблять меншого діаметра та збільшують (для збереження потужності) його довжину.

4. У шестициліндровому чотиритактному головному судновому дизельному двигуні для виконання трьох неробочих тактів потрібно виконати роботу $A = 0,1$ МДж. Кутова швидкість обертання валу двигуна $\omega = 180 \text{ с}^{-1}$, радіус маховика $r = 0,2$ м. Припускаючи, що маховик має форму суцільного диска, визначити яку мінімальну масу m повинен він мати для забезпечення роботи двигуна.

Під маховиком розуміють масивне тіло, що слугує для забезпечення виводу поршнів з мертвих точок (їх крайніх положень) та більш рівномірного обертання колінчатого валу двигуна. Для розв'язання цієї задачі застосуємо теорему про зміну кінетичної енергії тіла для випадку його обертального руху: $0 - J_{\min} \omega^2 / 2 = -A$ (тут ми скористалися тим, що кінетична енергія маховика наприкінці виконання неробочих тактів дорівнює нулю а також третім законом Ньютона). Скориставшись відомою формулою для моменту інерції суцільного циліндра для випадку коли вісь обертання співпадає з віссю циліндра, матимемо: $J_{\min} = m_{\min} r^2 / 2$. Тоді $m_{\min} = 4A / \omega^2 r^2 \approx 309 \text{ кг}$.

5. У чому полягає сутність виникнення гіроскопічного ефекту?

Гіроскопом називають масивне симетричне тіло, що обертається навколо осі симетрії, яка може змінювати свою орієнтацію в просторі. Припустимо, що маховик гіроскопа приведено в швидке обертання електродвигуном або стиснутим повітрям так, що його момент імпульсу лежить на осі AA' . (рис. 1.32). Для зміни орієнтації осі гіроскопа в просторі потрібно, щоб на нього подіяв момент зовнішніх сил.

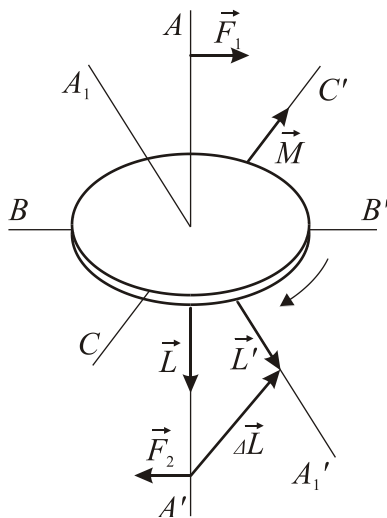


Рис. 1.32

Якщо спробувати повернути вісь гіроскопа, то можна спостерігати своєрідне явище, яке називається гіроскопічним ефектом. Цей ефект проявляється в тому, що рух осі гіроскопа визначається не напрямом дії зовнішньої сили, а напрямом її моменту. Так, при дії пари сил, що намагаються повернути вісь гіроскопа AA' навколо осі CC' , вона повертається навколо осі BB' .

Така поведінка гіроскопа повністю пояснюється основним рівнянням динаміки обертального руху. Справді, момент пари сил \vec{M} за час Δt спричиняє приріст моменту імпульсу гіроскопа на величину $\Delta \vec{L} = \vec{M} \Delta t$, вектор якого паралельний вектору \vec{M} і напрямлений вздовж осі CC від нас за рисунок. (Осі AA' , BB' , вектори \vec{F}_1 , \vec{F}_2 , \vec{L} лежать у площині рисунка, вісь CC' перпендикулярна до площини рисунка).

Тепер момент імпульсу гіроскопа $\vec{L}' = \vec{L} + \Delta \vec{L}$. Оскільки вісь гіроскопа AA' повинна збігатися за напрямом з вектором \vec{L}' , то гіроскоп здійснює поворот навколо осі BB' . Вісь обертання гіроскопа займе положення A_1A_1' . Якщо на гіроскоп тривалий час діє момент пари сил, то вісь гіроскопа повертатиметься доти, доки вектори \vec{L} і \vec{M} не збігатимуться за напрямом.

6. Поясніть принцип дії суднового гірокомпаса.

Принцип дії гірокомпаса можна описати за допомогою спрощеної схеми, наведеної на рис. 1.33. Простий гірокомпас складається з гіроскопа, підвішеного всередині порожнистої кулі, яка плаває в рідині; вага кулі з гіроскопом така, що його центр тяжіння розта-

шовується на осі кулі в його нижній частині, коли вісь обертання гіроскопа горизонтальна.

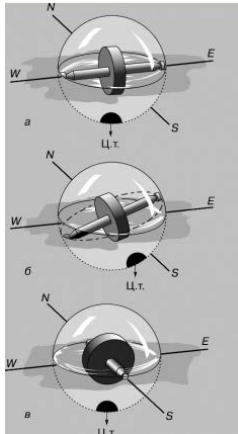


Рис. 1.33

Для спрощення вважатимемо, що гірокомпас знаходиться на екваторі, а вісь обертання його гіроскопа збігається з напрямом захід – схід (позиція а); вона зберігає свою орієнтацію в просторі за відсутності дії зовнішніх сил. Але Земля обертається, здійснюючи один оберт на добу. Оскільки спостерігач, що знаходиться поряд, обертається разом з планетою, він бачить, як східний кінець (Е) осі гіроскопа піднімається, а західний (W) опускається; при цьому центр тяжіння кулі зміщується на схід і вгору (позиція б). Проте, сила земного тяжіння перешкоджає такому зсуву центру тяжіння, і в результаті створення нею гіроскопічного ефекту, вісь гіроскопа повертається так, щоб співпасти з віссю добового обертання Землі, тобто з напрямом північ – південь. Коли вісь гіроскопа співпаде з напрямом північ – південь (N – S, позиція в), центр тяжіння опиниться в нижньому положенні на вертикалі і причина прецесії зникне. Поставивши мітку «Північ» (N) на те місце кулі, в яке упирається відповідний кінець осі гіроскопа, і співвідносячи її шкалу з потрібними поділками, отримують надійний компас. У реальному гірокомпасі передбачені компенсація девіації (відхилення) компаса і поправка на широту місця. Дія гірокомпасу залежить від обертання Землі і особливостей взаємодії ротора гіроскопа з його підвісом.

7. Як пояснити виникнення сил, що діють на підшипники з боку валопроводу в вертикальному напрямі під час повороту судна.

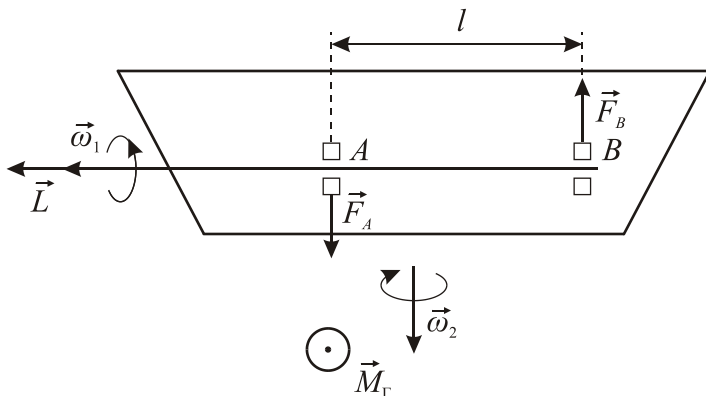


Рис. 1.34

Розглянемо валопровід як гіроскоп, вісь якого закріплена. Нехай кутова швидкість обертання валопроводу $\vec{\omega}_1$ спрямована проти напрямку руху судна (див. рис. 1.34); у цей самий бік спрямований його момент імпульсу \vec{L}). Припустимо, що судно здійснює поворот, так що кутова швидкість $\vec{\omega}_2$ такого обертання спрямована вертикально вниз. У такому разі зовнішні сили, що діють з боку підшипників на валопровід у горизонтальному напрямку за рахунок виникнення гіроскопічного ефекту, зумовлюють його обертання у вертикальній площині так, щоб швидкість $\vec{\omega}_1$ співпала зі швидкістю $\vec{\omega}_2$. Але при цьому валопровід почне тиснути на підшипники парою сил \vec{F}_A та \vec{F}_B , які дістали назву гіроскопічних сил. Завдяки дії цієї пари сил судна набуде диферент на корму. При протилежному напрямі вектора $\vec{\omega}_1$ судно набуватиме диференту на ніс. Такий ефект є особливо помітним для невеликих суден (наприклад, для моторних човнів).

Момент $\vec{M}_Г$, що створюється гіроскопічними силами, дістав назву моменту гіроскопічної реакції (гіроскопічного моменту). Він може бути знайдений за формулою: $\vec{M}_Г = I [\vec{\omega}_1 \times \vec{\omega}_2]$, де I – момент інерції валопроводу. У свою чергу, значення гіроскопічної сили визначається відношенням $M_Г/l$, де l – відстань між підшипниками.

Момент $\vec{M}_Г$, що створюється гіроскопічними силами, дістав назву моменту гіроскопічної реакції (гіроскопічного моменту). Він може бути знайдений за формулою: $\vec{M}_Г = I [\vec{\omega}_1 \times \vec{\omega}_2]$, де I – момент інерції валопроводу. У свою чергу, значення гіроскопічної сили визначається відношенням $M_Г/l$, де l – відстань між підшипниками.

8. Валопровід судна, який розташований горизонтально та лежить в діаметральній площині, обертається з кутовою швидкістю $\omega_1 = 70 \text{ с}^{-1}$. Його загальний момент інерції $I = 150 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, а відстань між підшипниками $l = 3 \text{ м}$. Знайти величини та на-

прям вектора гіроскопічного моменту та гіроскопічних сил, які діють на підшипники, якщо ніс судна піднімається, обертаючись із кутовою швидкістю $\omega_2 = 0,02 \text{ c}^{-1}$.

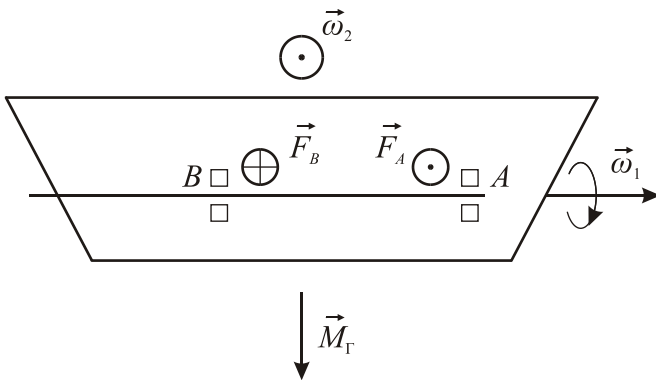


Рис. 1.35

Нехай кутова швидкість $\vec{\omega}_1$ спрямована в напрямку руху судна. Кутова швидкість $\vec{\omega}_2$, пов'язана з диферентом судна на корму, спрямована горизонтально від його правого борту до лівого (рис. 1.35). За правилом векторного добутку гіроскопічний момент спрямований вертикально вниз. Його величина $M_\Gamma = I\omega_1\omega_2 = 210 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Використовуючи правило свердлика, дістанемо, що гіроскопічні сили розташовані в горизонтальній площині і спрямовані перпендикулярно до діаметральної площини судна.

Вони зумовлюють обертання судна навколо вертикальної осі, тобто поворот судна вправо. Під час кільової качки ці сили як і гіроскопічний момент періодично змінюють свій напрямок на протилежний і можуть викликати нищення судна, якщо воно є не дуже великим (наприклад, буксира). Значення кожної з гіроскопічних сил для даної задачі знайдемо за формулою $F_\Gamma = M_\Gamma/l = 70 \text{ Н}$.

9. Статика

1. Виведіть рівняння лінії, по якій провисає якірний ланцюг під час якірної стоянки судна.

Введемо двовимірну прямокутну Декартову систему координат xOy так, щоб вісь Ox була спрямована вздовж морського дна в напрямку до судна, а Oy – вертикально вгору (рис. 1.36). Початок координат пов'яжемо з веретеном якоря, що лежить на ґрунті. Розглянемо нескінченно малий елемент ланцюга довжиною dl та масою dm . На нього діють сили натягу \vec{T} та $\vec{T} + d\vec{T}$, прикладені, відповідно, до лівого та правого кінців цього елемента, а також сила тяжіння $dm\vec{g} = \mu dl\vec{g}$ (тут μ – лінійна густина ланцюга, що чисельно дорівнює одиниці маси довжини даного ланцюга) спрямована вертикально вниз. Запишемо

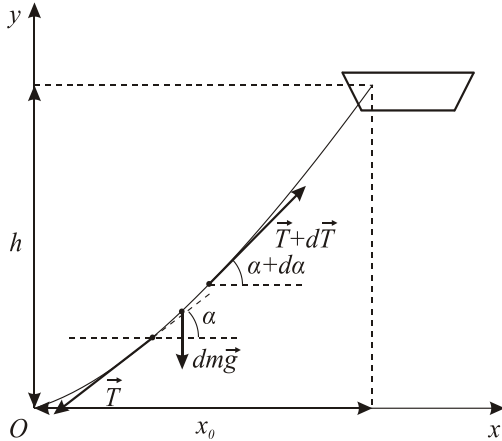


Рис. 1.36

першу умову рівноваги цього елемента в проекціях на вісі Ox і Oy :

$$\begin{cases} Ox: 0 = (T + dT) \cos(\alpha + d\alpha) - T \cos \alpha \\ Oy: 0 = (T + dT) \sin(\alpha + d\alpha) - T \sin \alpha - \mu dl g \end{cases} \quad (\text{тут } \alpha$$

та $\alpha + d\alpha$ – відповідно, кути нахилу до осі Ox дотичних до досліджуваної кривої, проведені в точках, що відповідають лівому та правому кінцям елемента ланцюга dl . З першого рівняння цієї системи слідує, що горизонтальна складова сили натягу залишається сталою по всій довжині ланцюга:

$T \cos \alpha = T_0 = \text{const}$. Далі, оскільки

$$\sin(\alpha + d\alpha) = \sin \alpha \cos d\alpha + \cos \alpha \sin d\alpha, \quad \cos d\alpha \approx 1,$$

$\sin d\alpha \approx d\alpha$, то нехтуючи доданком другого порядку мализни $\cos \alpha dT d\alpha$, з другої рівності отриманої системи дістанемо: $dT \sin \alpha + T \cos \alpha d\alpha = \mu dl g$. Ліва частина цього виразу є повним диференціалом добутку $T \sin \alpha$. Через те, що $T = T_0 / \cos \alpha$, $\sin \alpha / \cos \alpha = \text{tg} \alpha = y'$, $dl = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{1 + (y')^2} dx$, останню рівність можна переписати наступним чином: $y'' = \sqrt{1 + (y')^2} / a$, де $a = T_0 / \mu g$. Це є звичайне диференціальне рівняння другого порядку, яке заміною змінної $z = y'$ зводиться до рівняння першого порядку: $z' = \sqrt{1 + z^2} / a$. Розділяючи у цьому рівнянні змінні, дістанемо:

$$\int \frac{dz}{\sqrt{1 + z^2}} = \int \frac{dx}{a} \quad \text{або} \quad \ln(z + \sqrt{1 + z^2}) = \frac{x}{a} + C_1.$$

Сталу інтегрування C визначимо з умови, що дотична до кривої в нижній її точці є паралельною до осі Ox . Отже $y'(0) = z(0) = 0$ і $\ln 1 = C_1$, звідки $C_1 = 0$. Після цього дістаємо розв'язок логарифмічного рівняння у формі: $z + \sqrt{1 + z^2} = e^{x/a}$. Для того, щоб визначити з цього рівняння z , помножимо обидві його частини на вираз, спряжений лівій частині, тобто на $z - \sqrt{1 + z^2}$. Тоді матимемо: $z - \sqrt{1 + z^2} = -e^{-x/a}$. Склавши цей вираз з попереднім, отримаємо: $z = (e^{x/a} - e^{-x/a}) / 2 = \text{sh}(x/a)$. Але оскільки $z = y'$, то

$$y = \int \text{sh}(x/a) dx + C_2 = a \text{ch}(x/a) + C_2.$$

Внаслідок того, що $y(0) = 0$, то $C_2 = -a$ і, остаточно, $y = a[\text{ch}(x/a) - 1]$. Отримана крива носить назву ланцюгової лінії. Таким чином, ланцюг провисає не у формі параболи (як здається візуально на перший погляд) а по більш складній трансцендентній кривій.

2. Виведіть формулу для знаходження необхідної для якірної стоянки довжини

витравленого якірного ланцюга.

Для того, щоб судно, яке знаходиться на якірній стоянці, перебувало у стані спокою необхідно щоб стала по довжині ланцюга горизонтальна складова сили натягу дорівнювала за модулем і була протилежно спрямована до зовнішньої сили, що виникає за рахунок вітру та морської течії. Цю складову як й в попередній задачі ми позначимо через \vec{T}_0 . Оскільки якірний ланцюг провисає за ланцюговою лінією (див. розв'язок попередньої задачі), то його довжину можна визначити за відомою з математичного аналізу формулою (приймаємо, що початок координат пов'язаний з веретеном якоря, що лежить на ґрунті; координати верхнього кінця ланцюга співпадають з координатами клюза: $x = x_0$, $y = h$, де h – висота клюза на дном моря в місці стоянки):

$$l = \int_0^{x_0} \sqrt{1+(y')^2} dx = \int_0^{x_0} \sqrt{1+[(a\operatorname{ch}(x/a) - a)']^2} dx = a \operatorname{sh}(x_0/a)$$

(тут ми скористалися відомою рівністю: $\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1$). Для виключення із отриманого виразу невідомої величини x_0 запишемо систему двох рівнянь:

$$\begin{cases} l = a \operatorname{sh}(x_0/a) \\ h + a = a \operatorname{ch}(x_0/a) \end{cases}$$

Піднесемо обидва рівняння до квадрата та віднімемо від отриманого другого рівняння перше: $h^2 + 2ah + a^2 - l^2 = a^2 [\operatorname{ch}^2(x_0/a) - \operatorname{sh}^2(x_0/a)] = a^2$. Тоді, остаточно,

$$l = h \sqrt{1 + \frac{2a}{h}} = h \sqrt{1 + \frac{2T_0}{\mu gh}},$$

де, як й у попередній задачі, μ – лінійна густина ланцюга. З отриманої рівності слідує, що необхідна довжина витравленого якірного ланцюга має зростати при збільшенні зовнішніх збурень (величина T_0). При збільшенні величини μ довжина l має зменшуватися. Тому на практиці використовують товсті та металеві ланцюги. З ростом глибини h підкореневий вираз зменшується. Тому зі збільшенням h довжина ланцюга в долях h повинна також спадати.

3. Поясніть будову та принцип дії нерухомого та рухомого блоків, які є основними частинами суднових вантажопідіймних пристроїв.

Блоки використовують для підняття вантажів. Блоком є колесо з жолобом, укріплене в обоймі. По жолобу блока пропускають мотузку, трос або ланцюг. Нерухомим називають такий блок, вісь якого закріплена і при підйомі вантажів вона не піднімається і не опускається (рис. 1.37 а). Нерухомий блок можна розглядати як рівноплечий важіль, у якого

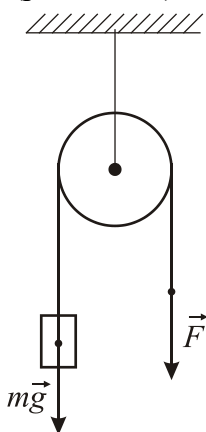


Рис. 1.37 а

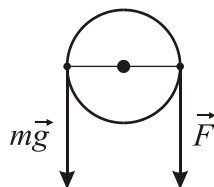


Рис. 1.37 б

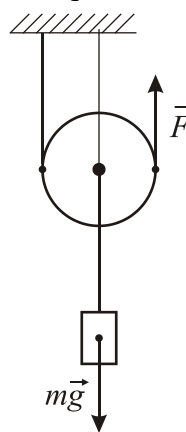


Рис. 1.38 а

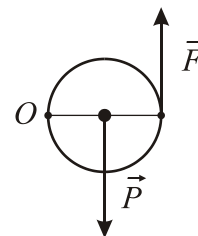


Рис. 1.38 б

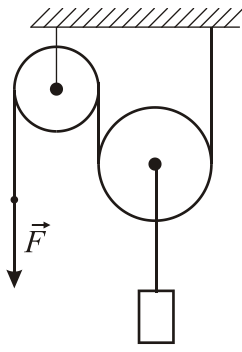


Рис. 1.39

плечі прикладених сил дорівнюють радіусу колеса r (рис. 1.37 б). З другої умови рівноваги твердого тіла $F \cdot r = mg \cdot r$ випливає, що нерухомий блок виграшу в силі не дає ($F = mg$). Він дозволяє тільки змінювати напрямок дії сили.

На рис. 1.38 а, б зображено рухомий блок (вісь блоку піднімається і опускається разом із вантажем). Такий блок повертається навколо миттєвої осі O . Рівність моментів для нього буде мати вигляд: $mgr = F \cdot 2r$. Таким чином, рухомий блок дає виграш у силі в два рази. Зазвичай, на практиці застосовують комбінацію нерухомого блоку з рухомим (рис. 1.39). Нерухомий блок застосовується тільки для зручності.

4. Поясніть будову та виведіть формулу для виграшу в силі, який дає простий силовий поліспа́ст, що застосовується, зокрема, у судновій шлюпбалці.

Рухомий блок, розглянутий у попередній задачі дає виграш в силі лише в два рази. Більший виграш в силі дозволяє забезпечити поліспа́ст (в перекладі з грец. «натягуваний багатьма мотузками») який використовується, зокрема, в шлюпбалці – пристрою для спуска та підйому шлюпки з борта судна. Поліспа́ст є системою рухомих та нерухомих блоків, що огинаються канатом або ланцюгом. Силовий поліспа́ст дає виграш у силі за рахунок рівномірного розподілу ваги вантажу, причепленого через гак до системи рухомих блоків, на декілька гілок каната. При цьому, звичайно, зменшується швидкість його переміщення. Виведемо формулу для знаходження тягового зусилля \vec{F} , яке має прикладатися до гілки каната, що «збігає» з останнього нерухомого блока (рис. 1.40) при рівномірному піднятті вантажу. Рівність моментів для останнього рухомого блока навколо миттєвої осі обертання O має вигляд: $mgr/N = F \cdot 2r$. Тут ми врахували, що вага вантажу в даному випадку (прискорення дорівнює нулю) дорівнює mg (див. розв’язок задачі 1 з розділу 1.4) а також те, що ця вага рівномірно розподіляється між усіма N блоками. Тоді $F = mg/2N$. Таким чином, силовий поліспа́ст дає виграш в силі в N разів більший ніж одиночний рухомий блок.

5. Поясніть будову та виведіть формулу для виграшу в силі, який дає диференціальний блок, що широко використовується в суднових підйомно-транспортних механізмах.

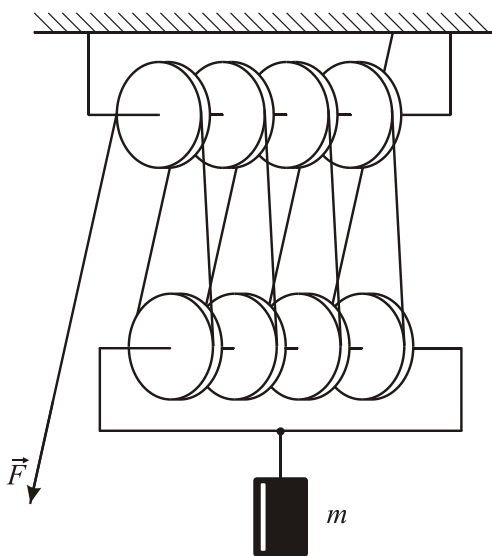


Рис. 1.40

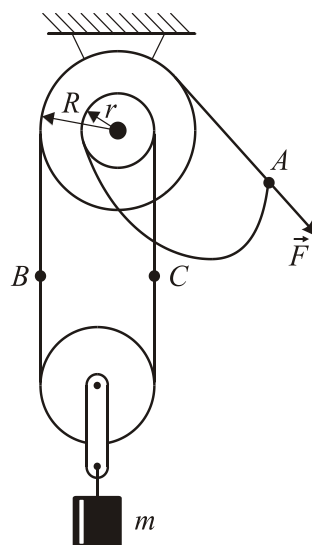


Рис. 1.41

Іншим механізмом, що дає великий виграш в силі і використовується на судах, є диференціальний блок (рис. 1.41). Замкнений робочий ланцюг охоплює послідовно малий нерухомий блок радіуса r , рухомий блок та співвісний з малим блоком великий нерухомий блок радіуса R . Знайдемо величину тягового зусилля \vec{F} , яке має

прикладатися до гілки ланцюга, що «збігає» з останнього нерухомого блока, для рівномірного підняття вантажу. З урахуванням того, що вага вантажу рівномірно розподіляється поміж двома гілками ланцюга, що «сходять» з рухомого блока, рівність моментів відносно спільної осі обертання нерухомих блоків матиме вигляд: $FR + mgr/2 = mgR/2$. Тоді $F = mg(R - r)/2R$. З цієї формули слідує, що за рахунок невеликої різниці поміж радіусами нерухомих блоків такої системи можна дістати значний виграш в силі. Звідси походить назва такого блока – диференціальний (різницевий).

10. Механіка рідин і газів

1. Пояснити принцип дії об'ємного гідроприводу, що використовується в суднових пристроях, зокрема, в рульових пристроях.

Під гідравлічним приводом (гідроприводом) розуміють сукупність пристроїв, призначених для приведення в рух машин і механізмів за допомогою гідравлічної енергії. На відміну від гідродинамічних приводів (де використовується в основному кінетична енергія потоку рідини), в об'ємних гідроприводах використовується потенційна енергія тиску робочої рідини. Таким чином, в об'ємних гідроприводах, у порівнянні з гідродинамічними приводами, швидкості руху рідин є невеликими. Натомість, на відміну від гідродинамічного, об'ємний гідропривід здатний створювати значно більший тиск у гідросистемах. Об'ємний гідропривід набагато більш компактний і менший за масою, ніж гідродинамічний; тому він набув найбільшого поширення. До об'ємних гідромашин відносять, наприклад, поршневі насоси, аксіально-поршневі, радіально-поршневі, шестеренні гідромашини та ін.

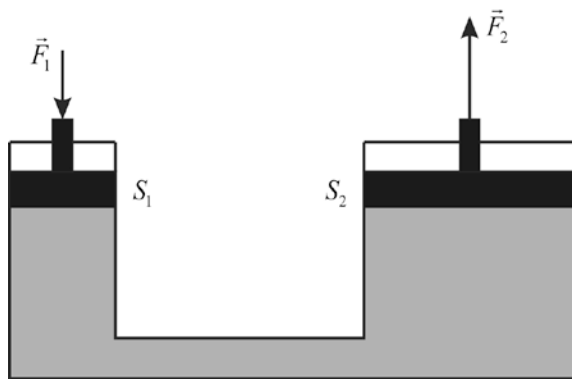


Рис. 1.42

Принципова схема роботи об'ємного гідроприводу наведена на рис. 1.42. У найпростішому випадку така система складається з двох сполучених посудин циліндричної форми, в яких є поршні різного діаметру і площі. Циліндри заповнені рідким маслом (зазвичай, трансформаторним). Оскільки швидкості руху поршнів є невеликими, рідину всередині циліндрів можна вважати нерухою і користатись законом Паскаля. Якщо подіяти на малий поршень з силою \vec{F}_1 , спрямованою вниз, то під ним виникне додатковий (у порівнянні з атмосферним) тиск $p_1 = F_1/S_1$.

За законом Паскаля такий самий тиск виникне під великим поршнем: $p_2 = F_2/S_2 = p_1$. Тоді сила \vec{F}_2 , прикладена вгору до великого поршня, буде рівною

$$F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}.$$

З останнього співвідношення видно, що сила, з якою рідина діє на великий поршень більше сили, прикладеної до малого поршня у стільки разів, у скільки площа великого поршня перевищує площу малого. Таким чином об'ємний гідропривід дає вигреш в силі.

2. Визначити силу тиску наливного вантажу на переборку танку, обумовлену гідростатичним тиском нафтопродукту (див. умову задачі 5, п. 6).

Гідростатичний тиск рідини, як відомо, визначається за формулою $p = \rho gh$, де ρ – густина рідини, h – глибина, на якій має бути знайдений тиск. Таким чином, оскільки гідростатичний тиск на різних глибинах є різним, модуль результуючої сили тиску на переборку сили тиску знайдеться як інтеграл:

$$F_{\text{тиску}} = \int pdS,$$

де dS – площа елементарної поверхні переборки. Але $dS = b dh$. Тоді

$$F_{\text{тиску}} = \rho gb \int_0^{h_0} h dh = \frac{\rho gh_0}{2} bh_0.$$

З останньої рівності слідує, що сила тиску на переборку дорівнює половині добутку максимального гідростатичного тиску на площу переборки. Така математична властивість

обумовлена лінійною залежністю гідростатичного тиску від глибини. Підставляючи в отриманий вираз числові значення наведених в умові задачі величин, дістанемо: $F_{\text{тиску}} = 2760 \text{ кН}$. Отримане значення більше ніж в 6 разів перевищує внесок у результуючу силу тиску складової, пов'язаної із силою інерції, що виникає під час гальмування судна (див. задачу 5, п. б).

2. Підводний човен, опутившись на глинисте або піщане дно, іноді не може піднятися. Як пояснюється це явище «присмоктування» підводного човна?

На занурене у воду тіло діють сили тиску навколишньої води. Ці сили діють як на верхню, так і на нижню частини човна (рис. 1.43 а). Але оскільки тиск з глибиною зростає,

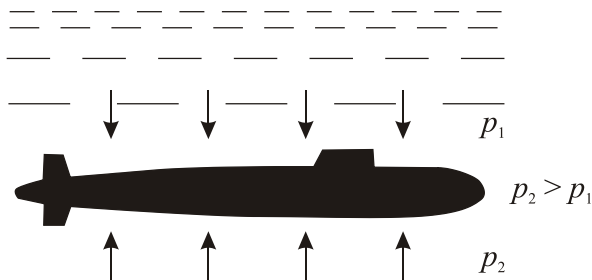


Рис. 1.43 а

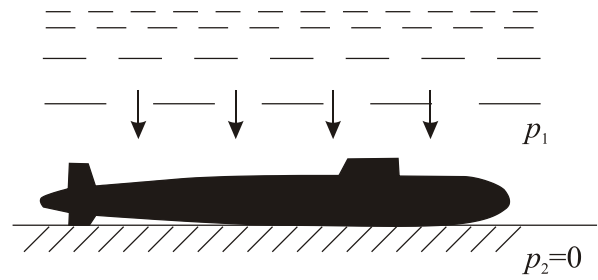


Рис. 1.43 б

то сили, що діють на нижню частину човна і направлені вгору, більше сил, що діють на верхню його частину і спрямованих вниз. Різниця цих двох сил і обумовлює виштовхуючу силу. Коли підводний човен щільно притиснутий до м'якого ґрунту так, що між ним і ґрунтом немає води, тиск води на нижню частину човна відсутній (рис. 1.43 б), тобто відсутня сила, направлена вгору. Сила ж тиску води на верхню частину човна направлена вниз і разом з силою тяжіння човна притискує його до ґрунту.

3. Чому навіть велике багатотонне судно не тоне у воді а плаває в ній?

На судно у вертикальному напрямку діють сила Архімеда та сила тяжіння. З умови плавання $F_A = Mg$ або $M = \rho_{\text{в}} V_{\text{вит}}$, де $V_{\text{вит}}$ – об'єм витісненої судном води. Масу судна можна визначити як добуток його середньої густини на загальний об'єм: $M = \bar{\rho} \cdot V$. Тоді $V_{\text{вит}}/V = \bar{\rho}/\rho_{\text{в}}$. Через те, що судно не є суцільним а має порожнини, його середня густина є меншою за густину води. Тому об'єм витісненої води є меншим за загальний об'єм судна ($V_{\text{вит}}/V < 1$). Отже, воно плаватиме, частково занурившись у воду.

4. Чи зміниться осадка пароплава, що перейшов з північних вод в екваторіальні, внаслідок зміни прискорення вільного падіння з широтою?

З розв'язку попередньої задачі матимемо: $M = \rho_{\text{в}} V_{\text{вит}}$. З цієї рівності видно, що об'єм витісненої рідини а, отже, і осадка пароплава при переході з північних вод в екваторіальні не зміниться.

5. Після розвантаження баржі її осадка в річці зменшилася на $h=60 \text{ см}$. Визначити масу вантажу ΔM , знятого з баржі, якщо площа перерізу баржі на рівні води $S=240 \text{ м}^2$.

З розв'язків попередніх задач матимемо: $\Delta M = \rho_{\text{в}} \Delta V_{\text{вит}} = \rho_{\text{в}} S h = 144 \text{ т}$.

6. У морі плаває льодяний айсберг. Яка частина об'єму айсберга знаходиться під водою? Густина льоду і морської води дорівнюють, відповідно, 900 кг/м^3 та 1030 кг/м^3 .

З умови плавання $\rho_{\text{в}} V_{\text{вит}} = \rho_{\text{л}} V_{\text{л}}$, де $V_{\text{л}}$ – загальний об'єм айсберга; $V_{\text{вит}}$ – об'єм підводної частини айсберга. Звідси $V_{\text{вит}}/V_{\text{л}} = \rho_{\text{л}}/\rho_{\text{в}} = 0,87$. Отже, майже 90% айсбергу знаходиться під водою. Таким чином, айсберг є серйозною загрозою під час плавання у льодах.

7. Чи може газовий пузир потопити судно?

Морські геологи давно знали про наявність гідратів метану під дном океану. Такі гідратні скупчення є своєрідними метановими «кишенями», що можуть зазнати виверження, якщо їхня герметичність буде порушена або їхній внутрішній тиск стане занадто великим. В одній статті повідомлялося про наявність затонулого судна в центрі одного особливо великого виверження метану в Північному морі, тепер відомого як «Witches Hole». Можна висунути дві моделі сценарію потоплення судна за рахунок метанових пuzирів:

1. утворення множинних дрібних бульбашок (метанове «скипання» моря), коли середня густина гетерогенного середовища бульбашки-вода стає меншою від середньої густини судна.
2. утворення дуже великого пузиря (метанової бульби), який при виході на поверхню лопається, так що в утворену каверну "падає" судно і вода над ним змикається.

Багато різних факторів можуть дещо змінити умову рівності середньої густини судна середньої густини системи бульбашки-вода, наприклад, виникнення невеликої підтримуючої судно сили внаслідок виникнення сили тертя бульбашок об його борт та сили їхнього тиску на дно судна внаслідок їхнього спливання (цей фактор зменшує значення необхідної густини системи бульбашки-вода). Крім того, згідно із законом Бернуллі тиск під судном трохи зменшується у порівнянні з тиском згори (цей фактор збільшує значення необхідної густини системи бульбашки-вода). Нарешті, певну роль може відігравати так званий «ефект тіні», коли у водний простір над судном, що тоне не потрапляє жодна бульбашка (цей фактор збільшує значення необхідної густини системи бульбашки-вода). Буде тонути корабель при спливанні гігантської бульби чи ні, залежить від його положення відносно одиночного пузиря. Якщо він знаходиться досить далеко від пузиря, це безпечно. Якщо він опинився точно над міхуром, це також безпечно. Позиція небезпеки судна знаходиться між центром мас пузиря та його краєм. На думку багатьох науковців, ймовірність потоплення від одиночної гігантської бульби є більшою.

8. На цей час одним із основних методів визначення маси навалочного вантажу є засіб, заснований на вимірюванні осадки судна до і після вантажних операцій. Осадка судна знімається в носовій, кормовій і мідельній частинах по лівому і правому борту. Після усереднення й виправлення її необхідними поправками по ній визначається водотоннажність судна. Різниця таких водотоннажностей і дає фактичну масу навалочних вантажів. При цьому дуже часто для розрахунків середня густина морської води приймається рівною 1025 т/м^3 , тоді як в деяких випадках ця величина може бути дещо іншою. Дослідити вплив зміни солоності і температури води а також зміни атмосферного тиску на зміну густини води і пов'язану з цим уявну величину нестачі навалочного вантажу.

З умови рівноваги судна матимемо: $M = \rho_{\text{в}} V_{\text{вит}}$. Нехай за певних обставин густина води змінилася на малу величину $\Delta\rho_{\text{в}}$. Тоді об'єм витісненої води також зміниться на малу величину $\Delta V_{\text{вит}}$. У такому разі отримане співвідношення переписеться наступним чином:

$$M = (\rho_{\text{в}} + \Delta\rho_{\text{в}})(V_{\text{вит}} + \Delta V_{\text{вит}}).$$

Розкриваючи в останній рівності дужки і нехтуючи доданком другого порядку мализни ($\Delta\rho_{\text{в}}\Delta V_{\text{вит}}$) у підсумку дістанемо:

$$\Delta V_{\text{виг}} = -\frac{\Delta \rho_{\text{в}} V_{\text{виг}}}{\rho_{\text{в}}}.$$

Знак мінус в останньому виразі вказує на те, що зі зростанням густини води, об'єм витісненої судном води зменшується. Враховуючи, що $V_{\text{в}} = M/\rho_{\text{в}}$, остаточно матимемо:

$$|\Delta V_{\text{виг}}| = \frac{|\Delta \rho_{\text{в}}| M}{\rho_{\text{в}}^2}.$$

Причинами зміни густини води можуть бути:

1. Зміна солоності води. Така зміна обумовлює зміну густини води, яка коливається у межах від 1000 кг/м^3 до 1030 кг/м^3 . Якщо вважати, що густина «уявного вантажу» ρ порядку 1000 кг/м^3 а водотоннажність судна $M = 10000 \text{ т}$, то невизначеність у масі $\Delta M = \rho |\Delta V_{\text{виг}}|$ з урахуванням виразу (2) буде порядку 300 т . Для великих вантажних суден і «густих» вантажів ця величина може бути на порядок вищою.

2. Зміна температури води. Як відомо, при зростанні температури води, починаючи від 4°C , її густина зменшується. З довідкової літератури слідує, що як для солоної так і для прісної води в інтервалі $(4-30)^\circ \text{C}$ їхня густина зменшується приблизно на 5 кг/м^3 . Якщо скористатися оціночними значеннями для величин ρ та m , наведеними у попередньому пункті то $\Delta M = 50 \text{ т}$.

3. Зміна атмосферного тиску. Зі збільшенням зовнішнього тиску густина води зростає. Кількісною мірою такого процесу є коефіцієнт стискуваності

$$\chi_{\text{в}} = \frac{1}{V} \frac{dV}{dp_{\text{а}}}.$$

Оскільки $V_{\text{виг}} = dm_{\text{в}}/d\rho_{\text{в}}$, $dV_{\text{виг}} = dm_{\text{в}}/\rho_{\text{в}}$, то з останньої формули для невеликих перепадів тиску дістанемо: $\Delta \rho_{\text{в}} = \rho_{\text{в}} \chi \Delta p_{\text{а}}$. Для прісної води в широкому діапазоні $\chi \approx 5 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$. Максимальну величину коливань атмосферного тиску $\Delta p_{\text{а}}$ покладемо рівною 50 мм.рт.ст. ($6,5 \cdot 10^3 \text{ Па}$), тоді $\Delta \rho_{\text{в}} \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$. Такою малою величиною зміни густини води, звичайно, можна знехтувати при підрахунку значення ΔM .

Таким чином, помітний внесок у зміну водотоннажності судна чинять зміна солоності і температури води, причому, в залежності від конкретних умов, в якості основного може виступати як перший так і другий фактор. Недарма всі комерційні судна мають відмітки на борту – вантажні марки (Plimsoll line), які залежно від місця й пори року мають п'ять типів (прісна вода в тропіках, прісна вода, морська вода у тропіках, літня морська вода, зимня морська вода, зимня північноатлантична вода).

Проведений аналіз дозволяє створити кількісне уявлення про внесок різних чинників на величину густини забортної води а, отже, й осадки судна. Тому для більш прецизійних розрахунків маси навалочного вантажу слід ввести поправку на густина води виміряну ареометром або прийняту за даними портової метеорологічної служби.

Забір морської води для визначення її густини необхідно проводити на глибині приблизно рівної половині осадки судна в районі середньої частини корпусу судна. При великій довжині корпусу судна проби води треба брати також близько носового і кормового краю. Одночасно з цим замірюється й температура проб води, тому покази ареометра повинні бути приведені до температури калібрування ареометра, яка вказана в його паспорті.

9. За якої умови рівновага судна, що плаває на поверхні води, буде стійкою? Нестійкою?

Розглянемо умови, що визначають остійність судна (здатність протистояти зовнішнім факторам, що викликають крен або диферент судна). Під час плавання судна на нього діє сила тяжіння $M\vec{g}$, прикладена до центра мас корабля C та спрямована вертикально вниз а

також рівна їй за модулем спрямована вертикально вгору виштовхуюча сила \vec{F}_A , що прикладена до центру мас витісненої рідини A (центр плавучості судна).

Для стійкості судна необхідно, щоб при його нахилі ця пара сил створювала момент, який повертає його до положення рівноваги. Ця умова буде виконана, якщо точка перетину напрямку сили Архімеда з площиною симетрії корабля (така точка зветься метacentром M) лежить вище від центра мас корабля (рис. 1.44а). Відстань $CM = h_M$ зветься ме-

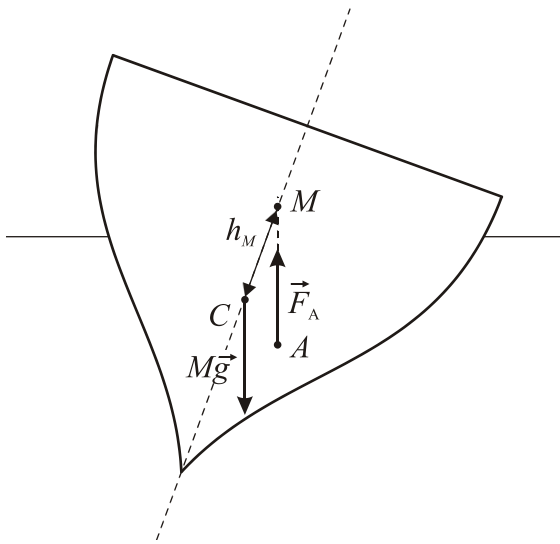


Рис. 1.44 а

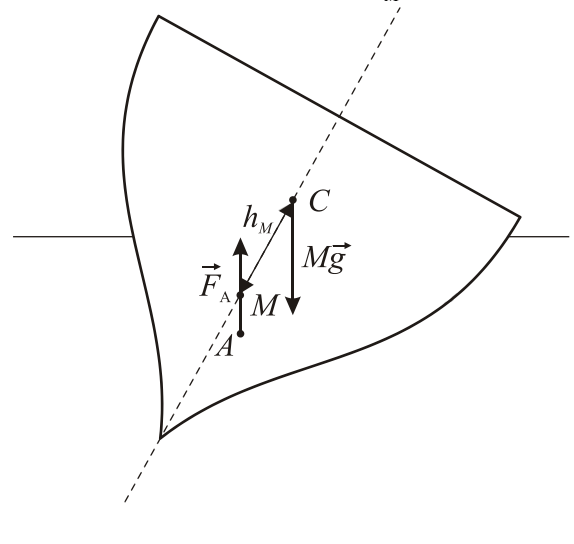


Рис. 1.44 б

тацентричною висотою. Чим більшою є величина h_M тим більшою є остійність судна. Якщо ж, метacentр лежить нижче за центр мас судна, то рівновага судна буде нестійкою і останнє буде перегортатися (рис. 1.44 б).

10. На баржі з розмірами дна $l \times b = 60 \times 10$ м та осадкою $d = 1,5$ м встановлено кран з вантажопідйомністю $m = 5$ т та максимальним вильотом стріли $r = 15$ м (див. рис. 1.45). Визначити кут крену баржі θ (вважаючи його малим) за максимального навантаження крану, якщо значення метacentричної висоти (див. розв'язок попередньої задачі), що відповідає йому, $h_M = 2,06$ м.

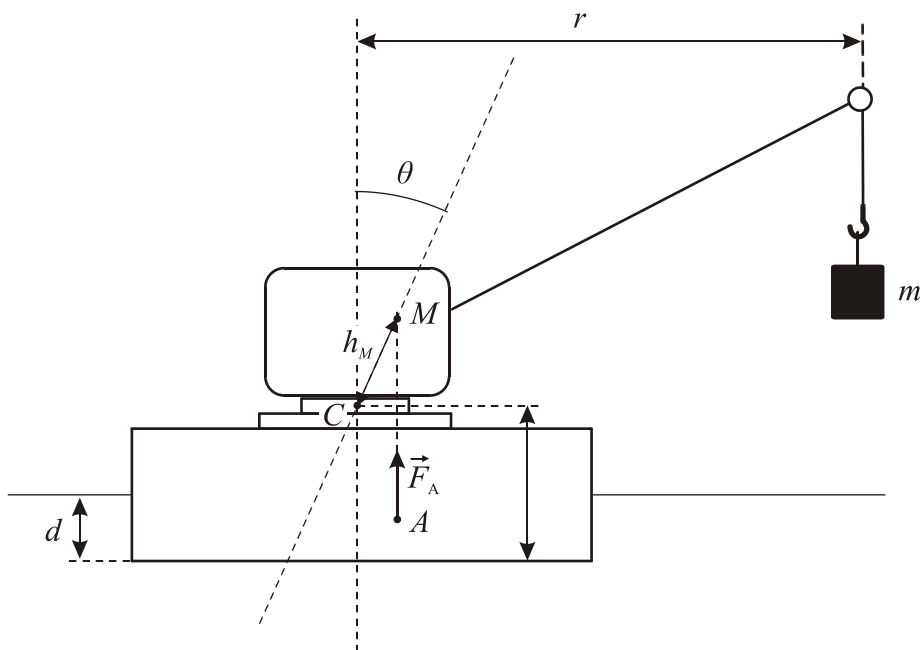


Рис. 1.45

Скористуємося другою умовою рівноваги твердого тіла. Відносно горизонтальної осі, що проходить через центр мас тіла, умова рівності моментів прийме вигляд: $F_A d_A = F_T d_T$, де d_A та d_T відповідно, плечі виштовхуючої сили та сили тяжіння, діючої на вантаж. За законом Архімеда $F_A = \rho_b g V_{\text{виг}}$. Але $V_{\text{виг}} = lbd$, тому $F_A = \rho_b g lbd$. Далі, $F_T = mg$, $d_A = h_M \sin \theta$. Для малих кутів θ можна наближено покласти $d_T \approx r$. Тоді, остаточно $\theta = \arcsin(mr / \rho_b lbdh_M) = 2^\circ 19'$.

11. Чому нахилється судно під час повороту? Від чого залежить напрямок нахилу?

Під час циркуляції судна за рахунок виникнення поворотної сили \vec{F}_\perp (див. задачу 3, п. 3) судно починає рухатися «вперед зовнішнім бортом». У зв'язку з цим у гідродинамічній силі опору, прикладеній до «зовнішнього» борта з'являється складова спрямована перпендикулярно до миттєвої швидкості, яка зумовлює виникнення нормального прискорення. Ця сила прикладена до центру плавучості судна. Тому, якщо центр плавучості знаходиться нижче за центр мас, наявність моменту цієї складової відносно точки \tilde{N} призводить до нахилу судна в бік протилежний повороту; у протилежному випадку судно нахилиться в бік повороту.

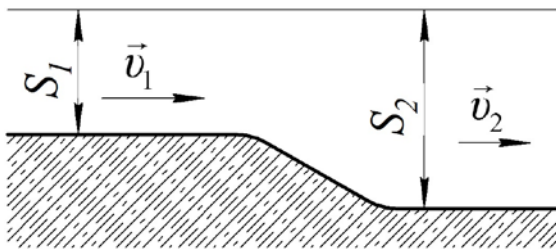


Рис. 1.46

12. Чому на мілководді, в каналах і вузьких фарватерах швидкість течії води є більшою?

Запишемо умову нерозривності течії води (яка є наслідком закону збереження маси та нестисливості рідини): $S_1 v_1 = S_2 v_2$. Таким чином, в тих місцях де поперечний переріз струменя є меншим, швидкість потоку рідини збільшується. Оскільки саме на мілководді та у вузьких фарватерах площа перерізу течії зменшується (за рахунок зменшення глибини або ширини; див рис. 1.46) то в тих місцях швидкість напрямленого потоку води зростає. Ця обставина різко ускладнює процес маневрування судном в таких місцях. Зокрема, на мілководді, за рахунок зростання швидкості потоку рідини під кілем судна, тиск у відповідності із законом Бернуллі дещо зменшується. Тому осадка судна зростає і воно, навіть, може «сісти на ґрунт». Таке явище дістало назву ефекту просідання судна на мілководді (англ. «squat effect»). Так, 7 грудня 1992 року судно «Королева Єлизавета 2» (QE2) сіло на мілину біля острова Куттихунк саме за рахунок цього ефекту.

13. Два корабля йдуть паралельними курсами на близькій відстані один від одного. Чому при однаковому напрямі руху кораблі зближуються?

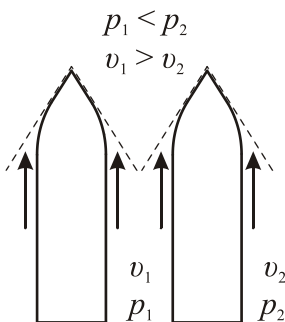


Рис. 1.47

При русі кораблі захоплюють за собою найближчі до них шари. Модуль швидкості течії цих шарів між кораблями, що йдуть попутним курсом на близькій відстані, приблизно в два рази вище за модуль їх швидкості з протилежних бортів (див. рис 1.47). Тому у відповідності із законом Бернуллі тиск води з боку зовнішніх бортів буде вищий, ніж з боку внутрішніх, тобто на кораблі діятиме сила, прагнуча їх зближувати.

Зробимо оцінку величини сили, що діє на корпус судна за рахунок несиметричності обтікання його обтікання водою. Нехай довжина борту 50 м, осадка судна 6 м, швидкості шарів поблизу корпусу 10 и 8 м/с по різних бортах. Запишемо рівняння Бернуллі для шарів води, що лежать на одній глибині h по обидва борти судна:

шарів води, що

$p_1 + \rho v_1^2/2 + \rho gh = p_2 + \rho v_2^2/2 + \rho gh$. Тоді $p_2 - p_1 = \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2)$. Рівнодійна сила тиску, що діє на корпус судна в поперечному напрямку, спрямована в бік більш швидкого руху води і є рівною: $F = \Delta p S = \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2)S = 5,4 \text{ МН}$.

14. Постійний вітер дме над океаном, де утворилися невеликі гребені і западини хвиль. Яким чином вітер може збільшити висоту гребенів і глибину западини?

Висота гребенів і глибина западин збільшиться якщо підвищиться вітер. Дійсно, у відповідності з рівнянням нерозривності течії швидкість вітру (а отже і гідродинамічний тиск $\rho v^2/2$ повітря) біля гребеню зростає сильніше ніж у западині. Тому за рівнянням Бернуллі зовнішній тиск повітря біля гребеню зменшиться більше ніж у западині. Утворений перепад тисків повинен буде компенсуватися збільшенням гідростатичного тиску хвилі, тобто збільшенням її висоти.

15. Що таке трубка Піто? Для чого вона використовувалася раніше на судах?

Трубка Піто є зігнутою під кутом 90° та відкритою з обох боків манометричною трубкою, яку розміщують у рухомій рідині так, що її відкритий кінець був повернутий назустріч рідині з густиною ρ , що натікає на нього зі швидкістю \vec{v} . За рахунок запасу кінетичної енергії ця рідина піднімається на певну висоту h по вертикальній частині трубки (кінетична енергія переходить у потенціальну). Вона дозволяє вимірювати швидкість потоку рідини, що «набігає» на трубку. Дійсно, повний тиск, що складається із суми статичного (p), динамічного та гідростатичного тисків, біля нижнього кінця трубки дорівнює $p + \rho v^2/2 + \rho gh_0$, де h_0 – глибина, на яку занурено нижній кінець трубки. Навколо верхнього кінця він дорівнює $p + \rho gh$. Але за рівнянням Бернуллі повний тиск повинен лишатися сталим. Звідси $v = \sqrt{2g(h - h_0)}$. Таким чином, можна проградувати вертикальну частину в одиницях швидкості і визначити її для потоку рідини, що «набігає» на трубку. Трубка Піто раніше використовувалася для знаходження лагової швидкості судна (гідродинамічний лаг). Для цього вона монтувалася у днищі судна так, що її нижній отвір був спрямований вздовж напрямку руху судна. На теперішній час існують більш досконалі і повністю автоматизовані методи визначення лагової швидкості.

11. Механічні коливання

1. Вивести формулу періоду малих вертикальних коливань судна, що плаває у воді. Опором води руху судна знехтувати.

При зміні осадки на величину z виникає додаткова сила, що повертає тіло до положення рівноваги, й обумовлена зміною сили Архімеда на вертикальну вісь Oz . Проекція цієї сили на вісь Oz : $\Delta F_A = -\rho_a g S z$, де S – площа горизонтального перерізу корабля. Як видно, ця сила є пропорційною величині відхилення судна від положення рівноваги, тому коливання будуть гармонічними. Доведемо цей факт. Для цього запишемо другий закон Ньютона в проекціях на вертикальну вісь Oz : $M\ddot{z} = -\rho_a g S z$ або $\ddot{z} + \omega^2 z = 0$, де $\omega^2 = \rho_a g S / M$, M – маса судна. Останнє рівняння є рівнянням гармонічних коливань з циклічною частотою ω . Тоді період коливань

$$T_v = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{M}{\rho_a g S}}$$

Отже, чим важчим є судно, тим повільніше відбуватимуться його вертикальні коливання.

2. Вивести формулу періоду малих коливань під час бортової хитавиці судна в спокійній воді.

Під бортовою хитавицею розуміють змінне нахилення судна на правий та лівий борт. Нехай судно масою M , що знаходиться в спокійній воді, зазнає відхилення на невеликий кут θ від вертикальної осі в бік одного з бортів (рис. 1.48). Запишемо основне рівняння динаміки обертового руху в проекціях на горизонтальну вісь Ox , що знаходиться у горизонтальній площині й проходить через центр мас судна: $J_x \ddot{\theta} = -F_A d$, де J_x – момент інерції судна відносно осі Ox ; $-F_A d$ – момент сили Архімеда; d – її плече. Але $d = h_M \cdot \sin \theta$, де h_M – метацентрична висота. Для малих кутів θ виконуються наближені рівності: $\sin \theta \approx \theta$ (рад). Крім того, за умови плавання судна $F_A = Mg$. Тоді $\ddot{\theta} + (Mgh_M / J_x) \cdot \theta = 0$. Це рівняння є рівнянням гармонічних коливань з циклічною частотою $\omega = \sqrt{Mgh_M / J_x}$. Тому період коливань $T_\theta = 2\pi \sqrt{J_x / Mgh_M}$. Більш точний вираз для періоду коливань можна отримати якщо до моменту інерції судна J_x додати

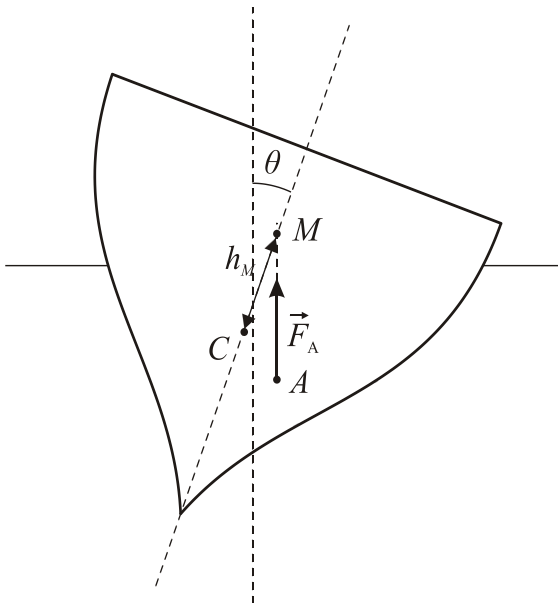


Рис. 1.48

момент інерції приєднаної маси води (див. задачу 3, п. 7) ΔJ_x , що захоплюється судном під час бортової хитавиці, відносно осі Ox . З теорії моментів інерції твердих тіл слідує що сумарний момент інерції $J_x + \Delta J_x$ є прямопропорційним добутку маси судна на квадрат його напівширини b : $J_x + \Delta J_x = c_0 M b^2$ (c_0 – коефіцієнт пропорційності). У такому разі

остаточно дістанемо: $T_\theta = c_\theta b / \sqrt{h_M}$, де $c_\theta = 2\pi \sqrt{c_0 / g}$. Отриманий вираз дістав назву «капітанської формули». З неї слідує, що період бортової хитавиці в спокійній воді є обернено пропорційним кореню квадратному з метацентричної висоти. Таким чином, збільшення останньої приводить до зменшення періоду коливань. «Капітанська формула» дає змогу

визначити наближено метацентричну висоту, виходячи з даних про період бортової хита-виці в спокійній воді.

3. Вивести формулу періоду малих коливань під час кільової хитавиці судна в спокійній воді.

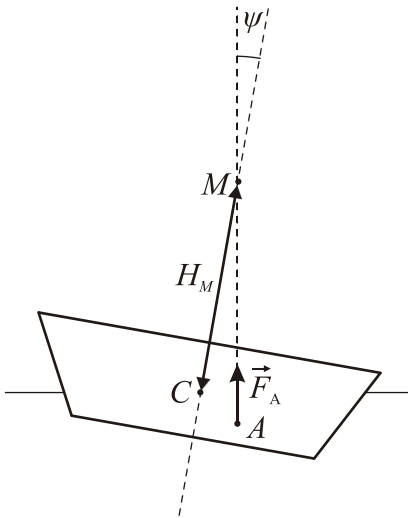


Рис. 1.49

Кільовою хитавицею називають змінні нахилання на корму та ніс. Нехай судно масою M , що знаходиться в спокійній воді, зазнає відхилення на невеликий кут ψ від вертикальної осі в бік носа (рис. 1.49). Аналогічно до викладок, наведених у розв'язку попередньої задачі, дістанемо рівняння гармонічних коливань: $\ddot{\psi} + [MgH_M / (J_y + \Delta J_y)] \cdot \psi = 0$. Тут H_M – поздовжня (велика) метацентрична висота (див. рис. 1.41). Тоді $T_\psi = c_\psi a / \sqrt{H_M}$, де a – половина довжини судна. Отже, як й у випадку бортової хитавиці, період кільової хитавиці є обернено пропорційним кореню з метацентричної висоти (але в даному випадку – поздовжньої).

4. Експерименти показують, що для всіх видів хитавиці відносний коефіцієнт затухання коливань – β/ω_0 , обумовлений впливом опору води, не перевищує значення 0,2. Користуючись цією величиною знайти вплив сили опору на період хитавиці та декремент затухання коливань.

Як відомо, період коливань системи з урахуванням опору середовища задається виразом: $T = 2\pi / \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$, де ω_0 – циклічна частота власних коливань. Перепишемо цей вираз наступним чином: $T = T_0 / \sqrt{1 - (\beta/\omega_0)^2}$, де $T_0 = 2\pi / \sqrt{\omega_0^2}$ – період власних коливань (за відсутності сили опору). Підставляючи значення β , матимемо: $T \approx 1,02T_0$. Декрементом згасання коливань зветься відношення амплітуд коливань на початку та в кінці періоду. Він дорівнює $e^{\beta T}$. У нашому випадку $e^{\beta T} = e^{2\pi \sqrt{\frac{\beta^2}{\omega_0^2 - \beta^2}}} = e^{2\pi \sqrt{\frac{(\beta/\omega_0)^2}{1 - (\beta/\omega_0)^2}}} = 1,90$. Таким чином, сила опору суттєво впливає на зменшення з часом амплітуди коливань, тоді як період і частота коливань змінюються слабо.

5. Що таке цистерни Фрама? Для чого вони використовувалися раніше на судах?

Цистерни Фрама є одним із типів пасивних заспокоювачів, які використовуються для погашування (демпфірування) бортової хитавиці судна. Вони складаються з двох бор-

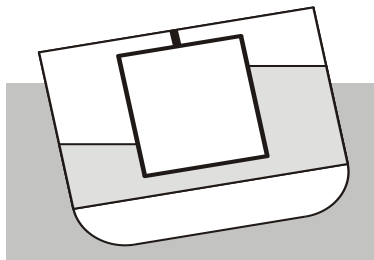


Рис. 1.50

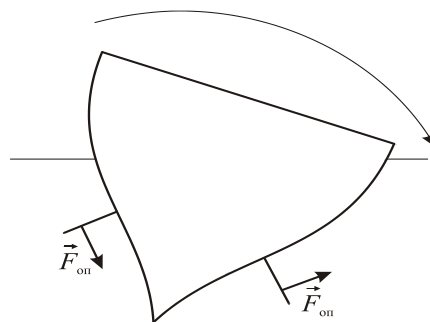


Рис. 1.51

тових дитанків, котрі внизу (в днищі судна) через переливний канал переходять в U-подібну цистерну. Зверху обидві цистерни з'єднані між собою через повітряний канал з вентиляем (рис. 1.50). Принцип їхньої дії заснований на тому, що бортова хитавиця демпфується власними коливаннями води в цистернах. Припустимо, що внаслідок бортової качки судно в певний момент часу зазнає крену вліво (див. рис. 1.50). Відповідним регулюванням вентиляю можна досягти того, щоб вода з правого дитанку під час крену не встигала переливатися синхронно у лівий. Тоді рівень води у правому дитанку буде вище за лівий і виникне стабілізуючий (гальмівний) момент сили, за рахунок якого амплітуда коливань може бути суттєво зменшена. Цистерни Фрама не знайшли широкого використання на судах, оскільки зменшували їхню остійність. На теперішній час найбільш уживаними пасивними заспокоювачами бортової хитавиці є скулові кілі, що створюють додатковий опір води нахиленню судна, (див. рис. 1.51) завдяки чому також виникає стабілізуючий момент.

6. У чому полягає виникнення явище резонансу під час хитавиці судна на регулярному хвилюванні.

Під час регулярного (періодичного у часі) хвилювання судно під дією морських хвиль, що набігають на нього, зазнає вимушених коливань. Якщо частота з якою хвилі набігають на нього дорівнює частоті власних коливань, то амплітуда коливань різко зростає. Таке явище дістало назву резонансу. Звичайно, що резонансне зростання амплітуди коливань під час регулярного хвилювання є вкрай небажаним явищем оскільки може призвести до перегортання судна.

12. Механічні хвилі

1. Визначити період зустрічі судна T_6 з регулярним хвилюванням (удаваний період), якщо судно рухається з лаговою швидкістю \vec{v} під курсовим кутом q до хвилювання, що набігає на нього. Хвилі розповсюджуються по морській поверхні зі швидкістю \vec{u} . Довжина морської хвилі λ .

Удаваний період буде, вочевидь, дорівнювати відношенню довжини хвилі до швидкості зближення судна та морських хвиль. З рис. 1.52 слідує, що модуль швидкості зближення судна та морських хвиль дорівнює сумі модуля швидкості розповсюдження морських хвиль та проекції швидкості \vec{v} на напрямок протилежний напрямку вектора \vec{u} . Але ця проекція дорівнює $v \cdot \cos q$. Тому $v_{\text{збл}} = u + v \cdot \cos q$. Тоді $T_y = \lambda / (u + v \cdot \cos q)$. З останнього виразу видно, що при гострих курсових кутах хід судна зменшує удаваний період хвиль у порівнянні зі справжнім періодом, а при тупих – збільшує. Якщо $v > u$, то при курсовому куті, що визначається рівністю $\cos q = -u/v$, удаваний період обертається в нескінченність. Судно при цьому рухається синхронно із хвилею і його положення відносно хвилі не змінюється. Таким чином, змінюючи швидкість судна та курсовий кут, можна впливати на його хитавицю, наприклад, видалитися з області резонансу та зменшити амплітуду хитавиці. На практиці для одночасного руху до пункту призначення та виходу із зони резонансу судно повинно рухатися до цілі курсом бейдевінд змінними галсами (див. задачу 4 з п. 4).

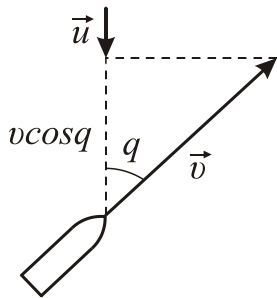


Рис. 1.52

2. Судно, яке стояло у морі неподалік від берега, почало рухатися, викликавши хвилі на поверхні води. Людина, яка знаходилася на березі, помітила, що хвилі дійшли до берега за час $\tau = 40$ с, причому за наступні $t = 30$ с нею було помічено $N = 60$ сплесків води об берег. Також вона визначила, що відстань між сусідніми горбами хвиль приблизно дорівнює 2,5 метри. Визначити за цими даними початкову відстань l від берега до судна.

Відстань між горбами, вочевидь, є довжиною хвилі. Оскільки період коливаний хвилі $T = t/N$, то швидкість розповсюдження хвилі $u = \lambda/T = N\lambda/t$. Тоді $l = u\tau = N\lambda\tau/t \approx 200$ м.

3. Вивести формули для швидкості розповсюдження морської хвилі в граничних випадках мілководних хвиль та хвиль на глибокій воді.

Мілководні хвилі характеризуються тим, що їх довжина хвилі λ є набагато меншою за глибину моря h . Перейдемо в систему відліку, яка «супроводжує» хвилю, що має швидкість u . У цій стаціонарній системі рідина рухається з майже сталою швидкістю u , а хвиля є нерухомою. Запишемо умову нерозривності течії для двох перерізів хвилі (рис. 1.53):

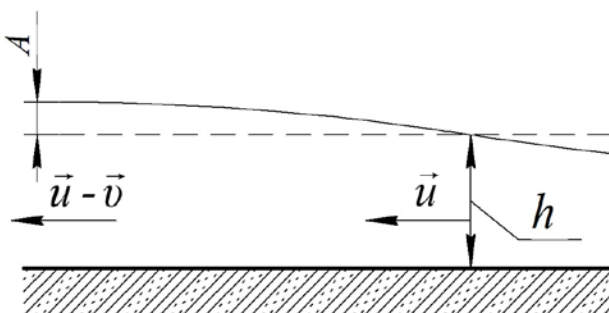


Рис 1.53

Тут v – зменшення швидкості течії води у тому місці хвилі, де її рівень піднявся на величину рівну амплітуді хвилі A . Вважаючи v та A малими, знехтуємо у правій частині цього виразу добутком vA . Тоді набли-

жено будемо мати: $vh \approx uA$. Запишемо тепер рівняння Бернуллі для верхніх точок розглянутих перерізів:

$$p_0 + \frac{\rho u^2}{2} + \rho gh = p_0 + \frac{\rho(u-v)^2}{2} + \rho g(h+A),$$

де p_0 – зовнішній (атмосферний) тиск; ρ – густина води. Нехтуючи знов у правій частині цього виразу доданком другого ступеню мализни $\rho v^2/2$, дістанемо: $vu \approx gA$. Розв'язуючи систему двох отриманих вище наближених рівнянь відносно u , матимемо: $u = \sqrt{gh}$. Таким чином, за малої амплітуди ($A \ll h$) швидкість розповсюдження хвилі не залежить від неї і цілком визначається глибиною моря. Отримана залежність $u(h)$ призводить до деяких явищ, що можна легко помітити на морському узбережжі.

Якщо хвиля у відкритому морі йшла під кутом до берега, то при виході на берег гребені хвилі мають тенденцію розгортатися паралельно до нього. Це пов'язано з тим, що поблизу берега, коли глибина починає

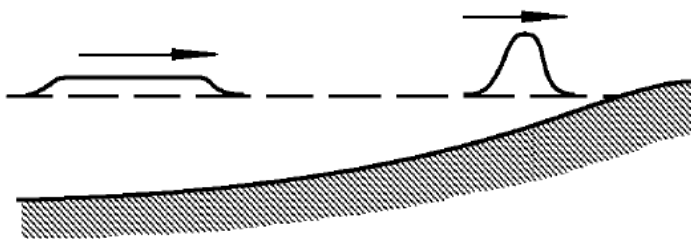


Рис. 1.54

поступово зменшуватися, швидкість хвилі падає. Тому коса хвиля пригальмовує на підході до берега, розвертаючись при цьому. За рахунок аналогічного механізму при підході до берега зменшується поздовжній розмір хвилі – задні ділянки хвилі починають напірати на загальмовані передні ділянки, що призводить до

зростання висоти (амплітуди) хвилі (трапляються випадки хвиль з висотою 50 м). Отже, довге, пологое утворення, абсолютно непомітне в океані, може призвести великий ефект на пологому березі – цунамі (рис. 1.54).

Припустимо, що на глибині $h = 2$ км стався підводний землетрус. Якщо розмір зачепленої області більше десятка кілометрів, ми отримаємо мілководну хвилю. Швидкість її розповсюдження $u = \sqrt{gh} = 140$ м/с, тобто є порівняною зі швидкістю літака. Відзначимо, що швидкість u , з якою переміщається фронт хвилі, не треба плутати зі швидкістю частинок $v \approx uA/h \approx 7$ см/с при амплітуді $A = 1$ м. Біля берега така хвиля перетворюється на стіну води (цунамі), що рухається зі швидкістю приблизно рівною 20 м/с, тобто втекти від неї важко.

Хвилі на глибокій воді, коли довжина хвилі є малою у порівнянні з глибиною можна розглянути аналогічно. Різниця полягає лише в тому, що в рівнянні нерозривності роль глибини відіграє величина, пропорційна довжині хвилі, оскільки викривлення ліній струму з глибиною затухає, і з деякою характерною глибини їх можна замінити рівним дном. Точний розрахунок швидкості розповсюдження хвилі для даного випадку дає:

$u = \sqrt{g\lambda/2\pi}$. Таким чином, довгохвильові коливання на глибокій воді розповсюджуються швидше за короткохвильові.

4. Що таке «голос моря»? Чим він є небезпечним для моряків?

«Голос моря» є інфразвуковими хвилями з частотою в діапазоні 1–20 Гц, що розповсюджуються в повітрі вздовж морської поверхні на великі відстані (слабко поглинаються атмосферою на відміну від, наприклад, високочастотних ультразвукових хвиль). Генерація таких хвиль відбувається завдяки взаємодії вітру із схвильованою морською поверхнею (наприклад, під час шторму). Через те, що частоти власних коливань більшості життєво важливих органів людини лежать у тому самому діапазоні що і вказаного типу хвиль, при

взаємодії останніх з ними можливе виникнення явища резонансу (див. задачу 6 з розділу б). Резонанс вкрай негативно впливає на роботу таких органів і може призвести до божевілля або до зупинки серця. Зазвичай, інтенсивність таких хвиль є дуже малою, тому ніяких змін у самопочутті моряків не спостерігається. Але існують певні райони Світового океану (наприклад, «Бермудський трикутник»), де така інтенсивність може бути суттєвою. Тоді трапляються випадки виникнення доволі дивних «подій»: зникнення екіпажу із судна (легенда про «Летючий Голландець») або винайдення в морі суден із мертвим екіпажем.

5. Що таке судновий ехолот?

Слабке поглинання ультразвукових хвиль у воді (в порівнянні з повітрям) створює можливість для їхнього використання в суднових ехолотах, що застосовуються для вимірювання глибини моря. Розглянемо одновібраторну схему ехолотування за якої джерело

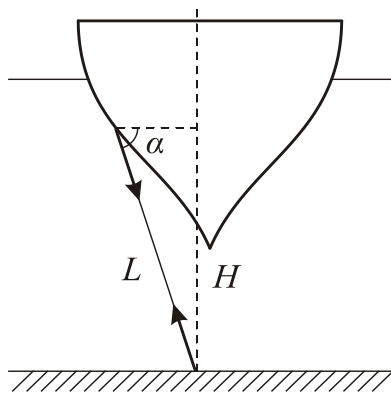


Рис. 1.55

ультра звукового випромінювання одночасно виконує функцію приймача таких хвиль. Згідно з нею в дні судна розміщується ультразвуковий випромінювач, що надсилає короткі ультразвукові імпульси під кутом α до горизонту (рис. 1.55). Паралельний пучок хвиль, досягаючи дна, зазнає дифузного відбивання від нього. Тому завжди знайдуться промені, що будуть відбиватися від дна та розповсюджуватися у зворотному напрямі. Нехай τ – проміжок часу між посилкою та прийомом сигналу. Очевидно, що $\tau = 2L/u$, де L – відстань, яку пройшов звук від джерела до дна. Тоді глибина моря у даному місці

$H = L/\sin \alpha = u\tau/2\sin \alpha$. Таким чином, знаючи проміжок

часу поміж відправленням та прийманням сигналу а також швидкість розповсюдження звукових хвиль у воді, можна визначити глибину моря. У подальшому цей самий метод був використаний для виявлення перешкод на шляху судна (наприклад, айсбергів; див. задачу 6 з п. 10).

6. Поясніть принцип дії гідроакустичного доплерівського лага.

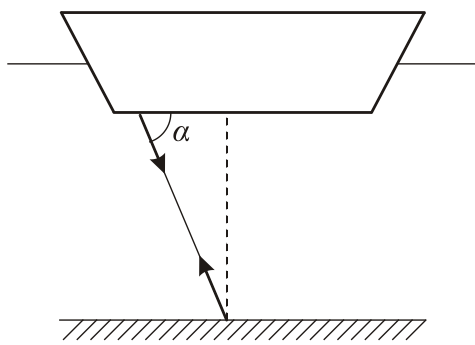


Рис. 1.56

Під лагом розуміють пристрій, що дозволяє визначити абсолютну швидкість судна, тобто швидкість відносно морського дна. Дія гідроакустичного доплерівського лага заснована на ефекті Доплера, який полягає в зміні частоти хвиль, що реєструється приймачем, викликану рухом їх джерела та/або приймача. Значення частоти, що реєструється приймачем може бути знайдене за формулою: $\nu = \nu_0(1 + v_{\text{пр}}/u)/(1 - v_{\text{дж}}/u)$; де ν_0 – частота, що випромінюється джерелом; $v_{\text{пр}}$ та $v_{\text{дж}}$ – відповідно,

швидкості руху приймача та джерела відносно середовища, в якому розповсюджуються хвилі. Величина $v_{\text{пр}}$ ($v_{\text{дж}}$) вважається додатною, якщо приймач (джерело) рухається назустріч джерелу (приймачу) і негативною – в протилежному випадку. Наведена формула є застосовною для випадку, коли джерело та приймач рухаються вздовж прямої, що сполучає їх. Нехай судно рухається зі швидкістю \vec{v} в певному напрямку. Якщо ультразвукові хвилі надсилаються джерелом під кутом α до горизонту (див. рис. 1.56) то в разі одновібраторної схеми (див. попередню задачу) матимемо: $v_{\text{пр}} = 0$, $v_{\text{дж}} = v \cos \alpha$, і частота відбитої

дном хвилі $\nu_1 = \nu_0 / (1 - v \cos \alpha / u)$. Частоту ж, з якою приймач реєструє відбиту хвилю, знайдемо, поклавши $v_{\text{пр}} = v \cos \alpha$, (тут ми скористалися тим, що швидкість судна є набагато меншою за швидкість розповсюдження ультразвукової хвилі у воді ($u \approx 1450$ м/с) і переміщенням приймача відносно точки відбивання хвилі за час її розповсюдження у воді можна знехтувати) $v_{\text{дж}} = 0$, $\nu_0 = \nu_1$. Тоді $\nu = \nu_0 (1 + v \cos \alpha / u) / (1 - v \cos \alpha / u)$. Помножимо чисельник і знаменник правої частини отриманого співвідношення на $(1 + v \cos \alpha / u)$, тобто на вираз, спряжений знаменнику. Нехтуючи величиною другого порядку мализни по параметру v/u , у підсумку дістанемо: $\nu \approx \nu_0 (1 + 2v \cos \alpha / u)$ (отриманий вираз є, фактично, двома першими доданками розкладання в ряд Тейлора вихідного співвідношення). Звідси зміна частоти (доплерівський зсув частоти) $\Delta \nu \approx 2\nu_0 v \cos \alpha / u$. Отже, $v \approx \Delta \nu u / 2\nu_0 \cos \alpha$. Таким чином, знаючи величини доплерівського зсуву та швидкості звукових хвиль (у даній місцевості) а також конструктивні параметри вимірювача (ν_0 та α) можна визначити поздовжню складову вектора миттєвої абсолютної швидкості судна. Отриманий вираз лежить в основі принципу дії найпростішого доплерівського лага, побудованого на так званій односторонній однопроменевої схемі. На цей час існує більш досконала чотирипроменева схема доплерівського лага, яка дозволяє з високою точністю вимірювати обидві (поздовжню та поперечну) компоненти швидкості судна.

13. Механічні властивості твердих тіл

1. Оцінити максимальне видовження троса x_{\max} під час ривка при буксировці судна після його розпрявлення. Еквівалентне значення модуля Юнга каната $E = 1,3 \cdot 10^5$ МПа, маса буксира $m = 10^3$ т, маса суховантажу $M = 10^6$ т. Швидкість буксира в момент розпрявлення каната $v = 0,5$ вузли. Початкова довжина каната $l_0 = 100$ м; його переріз має форму круга з діаметром $d = 15$ см. Масою троса у порівнянні з масами буксира та суховантажу знехтувати.

Робоча частина буксирного троса може бути як суцільною (тобто виготовленою з одного цілого відрізка) так і складатися з системи окремих волокон (смичок). Виготовлення суцільних тросів є більш простим, проте, при ушкодженні окремих смичок легше провести їхню заміну. Тому волоконні троси знайшли більш широке розповсюдження. Для такого типу тросів можна ввести лише еквівалентне значення модуля Юнга, оскільки воно залежить від типу звивки у канаті і відрізняється від модуля Юнга матеріалу волокон.

З розв'язку задачі 8 (розд. 7) $F_{\text{пр max}} = \sqrt{kmM/(m+M)}v$. Але за законом Гука в інтегральній формі $F_{\text{ю}} = k|x|$. З іншого боку $F_{\text{пр}} = \sigma S$, де σ – механічне напруження, $S = \pi d^2/4$ – площа поперечного перерізу троса. За законом Гука в диференціальній формі $\sigma = E\varepsilon_l = E(x/l_0)$, де ε_l – відносна поздовжня деформація. Користуючись наведеними рівностями, дістанемо:

$$x_{\max} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{mMl_0}{E(m+M)}} \frac{v}{d} \approx 5 \text{ см} \quad (\text{тут ми врахували, що } 1 \text{ вузел} \approx 0,514 \text{ м/с}).$$

Таким чином, максимальне відносне видовження троса $\varepsilon_{l \max}$ під час ривка складає всього лише 0,05%. Наведене значення відносної деформації цілком знаходиться в межах ділянки пропорційності на діаграмі розтягу-стискання, що й обумовлює коректність використання закону Гука при розв'язку даної задачі.

2. Для вимірювання глибини моря з судна опустили гирю на суцільному сталевому тросі. Яку найбільшу глибину h_{\max} можна виміряти таким чином? Густина морської води $\rho_{\text{в}}$ прийняти рівною 10^3 кг/м³, густина сталі $\rho_{\text{ст}} = 7,7 \cdot 10^3$ кг/м³. Межа міцності сталі $\sigma_{\text{м}} = 785$ МПа.

Нехтуючи масою гирі (яку, в даному випадку, застосовують для забезпечення стійкості вертикального положення троса під час його опускання у воду) у порівнянні з масою троса m , першу умову рівноваги для нього можна записати в такому вигляді: $mg = \sigma S + \rho_{\text{в}} gV$, де S – площа поперечного перерізу троса; V – об'єм його зануреної у воду частини. Але $m = \rho_{\text{ст}} gV$, $V = Sh$. Тоді $h = \sigma / (\rho_{\text{ст}} - \rho_{\text{в}}) g$. При $h = h_{\max}$ маємо: $\sigma = \sigma_{\text{м}}$ (трос обривається під дією власної ваги). Отже, $h_{\max} = \sigma_{\text{м}} / (\rho_{\text{ст}} - \rho_{\text{в}}) g \approx 12$ км.

3. Поясніть причини та види деформацій яких зазнає корпус судна на тихій воді та під час хвилювання поверхні води.

Не дивлячись на те, що сила тяжіння та сила Архімеда (сила підтримання) під час плавання судна є однаковими за модулем та протилежними за напрямком, розподіл питомих величин цих сил (тобто таких, що припадають на одиницю довжини судна) по довжині судна є не тільки нерівномірним але й неоднаковим. Схема навантажень, що діють на корпус на тихій воді, наведена на рис. 1.57. Сила підтримання розподілена за плавною кривою 2 а сила тяжіння – за ступінчастою кривою 1. Останній факт є наслідком дискрет-

ного (переривчастого) розподілу маси складових частин судна вздовж горизонтальної осі

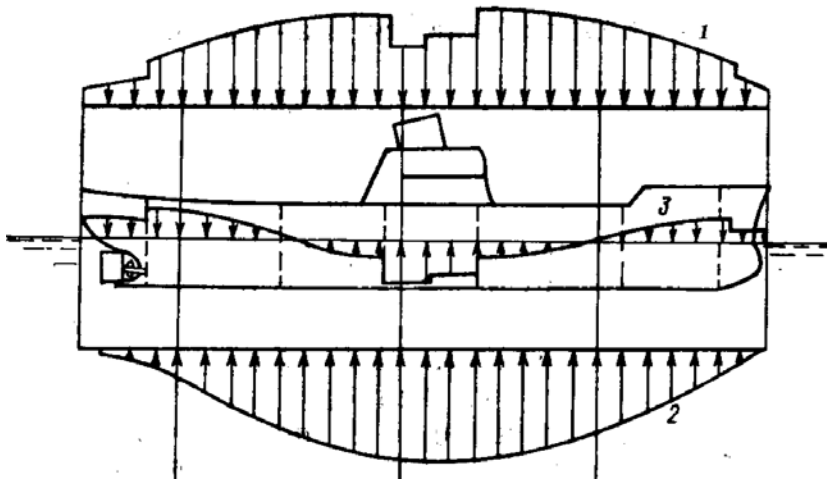


Рис. 157

Ox . Різниця між питомими силами тяжіння та підтримання визначає питоме результуюче навантаження $q(x)$ (крива 3). За умови рівноваги виникаючи при цьому механічні напруження в кожному перерізі судна мають дорівнювати за модулем й бути протилежними за знаком величині $q(x)$. Завдяки змінам знаку в ході кривої 3 розподіл механічних напружень вздовж осі Ox також має змінюватися за

знаком. У результаті судно повинно зазнавати деформації вигину. Крім того, в вертикальних перерізах судна повинні існувати зсувові деформації, хоча їхня роль під час оцінки міцності судна є менш суттєвою ніж деформація вигину. При перевезенні вантажів складові навантаження інколи нерівномірно розподіляються по ширині судна. В цьому випадку його корпус може зазнавати значних крутних моментів, що призводить до деформації кручення.

Дія хвиль на судно проявляється у вигляді перерозподілу питомих сил підтримування по довжині судна. У судна, що знаходиться в западині хвилі (на підшві хвилі) питомі сили підтримування переважають на його краях (рис. 1.58 а). В результаті виникає прогин корпусу (sagging condition): верхня палуба стиснута, днище розтягнуто. У випадку, коли судно знаходиться на гребні (вершині) хвилі в середній його частині виникає надлишок питомих сил підтримування (рис. 1.58 б). За рахунок цього корпус судна за-

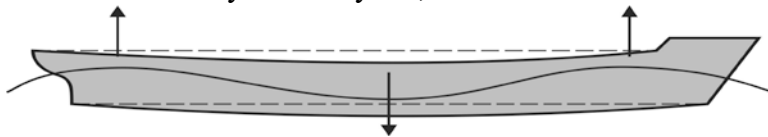


Рис. 1.58

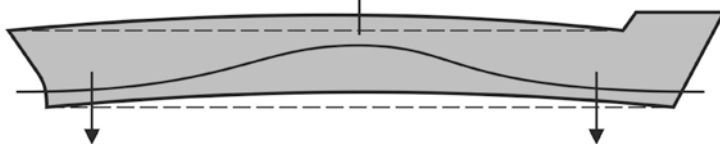


Рис. 1.58 (б)

знає перегину (hogging condition): палуба розтягнута, днище стиснуто.

4. Чому суднові труби та котли, при перевищенні тиску всередині них, руйнуються вздовж довжини а не поперек?

Розглянемо трубку з довжиною l , внутрішнім діаметром D та товщиною стінки t (прийmemo, що $t \ll D$). Позначимо внутрішній надлишковий тиск всередині трубки через p . Оберемо деякий поздовжній діаметральний переріз трубки (рис. 1.59) та знайдемо поперечне механічне напруження σ_t , що виникає в цьому перерізі внаслідок надлишкового тиску. З рисунку слідує, що нескінченно мала сила тиску нормальна до цього перерізу є рівною $dF \sin \varphi$, де $dF = p dS$ (де S – половина площі внутрішньої поверхні циліндра). Тоді результуюча сила нормального тиску знайдеться інтегруванням:

$$F_{\text{normal}} = \int dF \sin \varphi = \frac{p l D}{2} \int_0^{\pi} \sin \varphi d\varphi = p l D.$$

З іншого боку $F_{\text{normal}} = 2\sigma_t S_0$, де $S_0 = lt$ – площа поздовжнього перерізу стінки труб-

ки. Користуючись останніми двома виразами, дістанемо: $\sigma_t = pD/2t$.

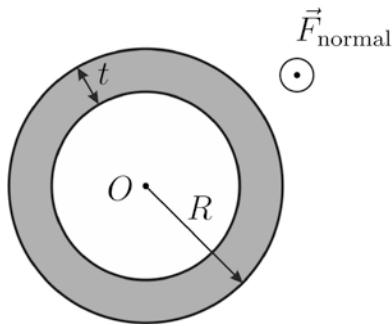


Рис. 1.60

Розглянемо тепер поперечний переріз трубки (рис. 1.60) і знайдемо поздовжнє механічне напруження σ_1 , що виникає в цьому перерізі внаслідок надлишкового тиску. Матимемо: $F_{\text{normal}} = pS = p\pi D^2/4$ (тут S – площа основи циліндра). З іншого боку $F_{\text{normal}} = \sigma_1 S_0$, де $S_0 = lt$ – площа поперечного перерізу стінки трубки. Користуючись останніми двома виразами, дістанемо: $\sigma_1 = pD/4t$. Таким

чином, поперечне механічне напруження виявляється в два рази більшим ніж поздовжнє. Саме тому судові труби та котли, при перевищенні тиску всередині них, руйнуються вздовж довжини а не поперек. Використовуючи вираз для поперечного напруження можна обчислити максимальний (критичний) надлишковий тиск всередині трубки, який вона може витримати не руйнуючись:

$$p_{\text{cr}} = 2\sigma_{\text{max}}t/D.$$

Тут σ_{max} – межа міцності для матеріалу трубки. Остання формула відома як формула Барлоу («котельна» формула). У відповідності з цією формулою критичний надлишковий тиск зменшується разом із зростанням діаметру трубки.

5. До горизонтальної сталевій смужки, яку приварено до палуби, за допомогою заклепок кріплять алюмінієву рубку. За рахунок деформацій розтягання-стискання палуби під час морського хвилювання (див. задачу 3 п. 13) заклепки зазнають деформації зсуву. Вважаючи, що заклепки розташовані горизонтально і рівномірно в один ряд, визначити мінімальну їхню кількість N_{min} , необхідну для того, щоб не відбулося руйнування кріплення. Діаметр кожної заклепки $d = 2\text{см}$; величина максимальної зрізаючої сили під час хвилювання $F_{\text{max}} = 720\text{кН}$; максимальне дотичне напруження на зріз матеріалу заклепок $\tau_{\text{max}} = 100\text{МПа}$. Як слід розташувати заклепки в реальності?

Сталева смужка разом із палубою судна зазнає деформацій розтягання-стискання. Механічне напруження, що виникає в заклепках, передається рубці і з боку неї до кожної заклепки прикладається рівна за модулем і протилежно спрямована сила. Таким чином, на кожну заклепку діє пара протилежно спрямованих і рівних за модулем сил. Ця пара сил і призводить до виникнення деформації зсуву в кожній заклепці.

За умовою задачі дійсне дотичне механічне напруження повинно бути меншим за максимальне дотичне напруження на зріз: $\tau \leq \tau_{\text{max}}$. З іншого боку $\tau = F_{\text{max}}/(N_{\text{min}} S) = 4F_{\text{max}}/(N_{\text{min}} \pi d^2)$. Тоді $N_{\text{min}} = 4F_{\text{max}}/(\pi d^2 \tau_{\text{max}}) \approx 24$. Оскільки концентрація механічних напружень є більшою біля країв рубки, то поблизу них заклепки слід розташувати з більшою густотою.

14. Рекомендована література

1. Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики: У 3 кн. Кн.1. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка: Навч. Посібник. – Вища школа, 2002. – 375с.
2. Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики: У 3 кн. Кн.2. Електрика і магнетизм: Навч. Посібник. – Вища школа, 2003. – 278с.
3. Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики: У 3 кн. Кн.3. Оптика. Фізика атома та атомного ядра: Навч. Посібник. – Вища школа, 2002. – 375с.
4. Воловик П.М. Фізика: Для університетів. – К.; Ірпінь: Перун, 2005. – 864с.
5. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. Т. 1. Механика, молекулярная физика, колебания и волны. – М.: Наука, 1974. – 336 с.
6. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. Т. 2. Электричество и магнетизм. – М.: Наука, 1974. – 352 с.
7. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. Т. 3. Оптика, физика атомов и молекул, физика атомного ядра и микрочастиц. – М.: Наука, 1970. – 496 с.
8. Кучерук І.М., Горбачук І.Т. Загальний курс фізики. У 3 т.: навч. посіб. для студентів вищ. техн.і пед. закл.освіти / За ред. І.М.Кучерука. Т.1. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. – К.: Техніка, 1999. – 536с.
9. Кучерук І.М., Горбачук І.Т. Загальний курс фізики. У 3 т.: навч. посіб. для студентів вищ. техн.і пед. закл.освіти / За ред. І.М.Кучерука. Т.2. Електрика і магнетизм. – К.: Техніка, 2001. – 452с.
10. Кучерук І.М., Горбачук І.Т. Загальний курс фізики. У 3 т.: навч. посіб. для студентів вищ. техн.і пед. закл.освіти / За ред. І.М.Кучерука. Т.3. Оптика. Квантова фізика. – К.: Техніка, 1999. – 520с.
11. Лопатинський І.Є., Зачек І.Р., Ільчук Г.А., Романишин Б.М. Фізика. Підручник. – Львів: Афіша, 2005. – 394с.
12. Платунов Е.С., Самолетов В.А., Буравой С.Е. Физика. Словарь-справочник. – СПб.: Питер, 2005. – 496 с.
13. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – М.:Наука, 1985. – 384с.
14. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике: Учебное пособие для студентов ВТУ-Зов. – 5-ое изд., переработанное и дополненное. М: Высш.шк., 1988. – 527с.
15. Гольдин Л.Л., Игошин Ф.Ф., Козел С.М. и др. Руководство к лабораторным занятиям по физике. – М.: Наука, 1973. – 688 с.

Додаткова література:

16. Платунов Е.С., Самолетов В.А., Буравой С.Е. Физика. Словарь-справочник. – СПб.: Питер, 2005. – 496 с.
17. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – М.:Наука, 1985. – 384 с.
18. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике: Учебное пособие для студентов ВТУ-Зов. – 5-ое изд., переработанное и дополненное. М: Высш.шк., 1988. – 527 с.

Інфоресурси:

19. PhET (Interactive simulations) [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://phet.colorado.edu/en/simulations/category/new>.
20. Фізика (лекції) [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: https://www.youtube.com/results?search_query=физика+лекции

Навчальне видання

Івченко Володимир Валерійович

ФІЗИКА ДЛЯ МОРЯКІВ У ПРИКЛАДАХ І ЗАДАЧАХ

Навчальний посібник

Частина I

МЕХАНІКА

Відповідальний за випуск *Р. Є. Врублевський*
Технічний редактор *Т. О. Радул*
Друк, фальцювально-палітурні роботи *В. Г. Удов*

Формат 60x84/16. Папір офсетний.

Ум. друк. арк. 4

Підписано до друку 20.05.2021

Тираж 50 примірників.

Видавництво

«Херсонська державна морська академія»,

просп. Ушакова, 20, м. Херсон, 73000

Тел.: 49–20–20

Ел. адреса: rvv@ksma.ks.ua

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої
справи до Державного реєстру
ДК № 4319 від 10.05.2012.