УДК 004.415:330.46

СОКОЛОВА Н.А., КРАВЦОВА Л.В., *Херсонський національний технічний університет*

Соколова Надія Андріївна – к.т.н., проф., декан факультету кібернетики Херсонського національного технічного університету. Коло наукових інтересів – нові інформаційні технології в освіті.

Кравцова Людмила Володимирівна – кандидат технічних наук, доцент кафедри інформатики Херсонського національного технічного університету. Наукові інтереси – математичне моделювання, комп'ютеризовані системи в економіці.

ЗАСТОСУВАННЯ АПАРАТУ ОПТИМІЗАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ СТОХАСТИЧНОГО ПРОЦЕСУ У РОЗВ'ЯЗАННІ ЗАДАЧ УСТАЛЕНОСТІ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОЦЕСУ

Розглянуто проблему застосування апарату оптимізації параметрів стохастичного процесу при рішенні задачі забезпечення усталеності параметрів технологічного процесу виробництва надрізьких варикапів. Розглянута і вирішена задача розрахунку і оптимізації вірогідності знаходження імовірнісних характеристик динамічної керованої системи у заданому інтервалі. Отримані результати є застосовними для розрахунків і оптимізації відсотків виходу напівпровідникових приладів, що є придатними за заданим критерієм.

Application of the device of optimization of parameters of stochastic process for the decision of a task of maintenance of stability technological process of manufacture supersharp varicaps is considered. The task of calculation and optimization of probability of hit of casual characteristics of dynamic controlled system in the set interval is considered and solved. The received results are applied for calculation and optimization of percent of an output suitable by the set criterion of semi-conductor devices.

Вступ. У штучних цілеспрямованих керованих системах, характерним прикладом яких є автоматизовані системи керування технологічним процесом, значну роль відіграє контур керування.

При рішенні багатьох теоретичних і прикладних задач в теорії автоматичного керування, електротехніки і т.п. виникає питання усталеності станів рівноваги динамічних керованих систем Стани рівноваги розуміють при цьому в узагальненому сенсі: наприклад, режими, зв'язані з наявністю постійної кутової швидкості, постійного струму і т.д., розглядаються як рівноважні режими або як стани рівноваги. При цьому передбачається, що поведінка відповідної динамічної системи в околі стану рівноваги описується після вибору належної системи координат диференціальними рівняннями, праві частини яких не містять явно змінної часу, тобто автономними рівняннями. Такі стани рівноваги часто називають, за Раусом і Ляпуновим [1], усталеними рухами.

Л.С. Потрягин сформулював принцип максимуму, що дозволяє за допомогою множників Лагранжа звести задачу оптимального керування до деякої спеціальної крайової задачі для системи звичайних диференціальних рівнянь [2].

Постановка задачі. При рішенні задач керування технологічним процесом [5], умови протікання якого характеризуються стохастичними параметрами [3], з метою забезпечення усталеності виникає задача оптимізації параметрів за імовірнісним критерієм [4], для якої виділяється підзадача розрахунку й оптимізації імовірності улучення випадкових характеристик динамічної системи в заданий інтервал. Рішення цієї підзадачі є метою даної статті.

Основна частина. Розглянемо лінійну динамічну керовану систему, що описується векторним диференціальним рівнянням

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + u(t,a), \tag{1}$$

де $x=(x_1,x_2,\dots x_n)$ – вектор стану системи; $\mathbf{A}(t)$ – детермінована матриця розмірності $\mathbf{n}\mathrm{x}\mathbf{n}$, $u(t,a)=(u_1(t;a_1,a_2,\dots,a_m),\dots,u_n(t;a_1,a_2,\dots,a_m))$–n–мірний вектор керування, що залежить від випадкового вектора $a=(a_1,a_2,\dots,a_m)$.

Нехай початковий стан системи заданий умовою

$$x(t_0)=x_0, \tag{2}$$

а критерій якості системи – функціоналом

$$\mathbf{Q}=\mathbf{Q}(x,u,t), \tag{3}$$

що є неявною функцією випадкового аргументу a.

Потрібно вибрати керування $u(t,a)$ таким чином, щоб функціонал $\mathbf{Q}$ з максимальною імовірністю попадав у заданий інтервал $(\mathbf{Q}_1,\mathbf{Q}_2)$.

При цьому прийняті наступні припущення:

1) x і u належать області визначення функціонала (3);

2) компоненти вектора a – попарно незалежні нормально розподілені випадкові величини з відомими математичними сподіваннями $\mathbf{M}a_\mathbf{i} = \mathbf{m}_\mathbf{i}$;

3) керування $u(t,a)$ задовольняє m-1 рівнянню зв'язку:

$$\begin{array}{c} \varphi_1(a) = 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ \varphi_{m-1}(a) = 0, \end{array} \tag{4}$$

де $\varphi_\mathbf{i}(a) = \varphi_\mathbf{i}(u(t,a))$ – задані функціонали.

Розглянемо двох систем рівнянь відносно випадкових параметрів

$$\begin{cases} Q(a_1,\dots,a_m) = Q_1, \\ \phi_1(a_1,\dots,a_m) = 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \phi_{m-1}(a_1,\dots,a_m) = 0, \end{cases} \quad \text{i} \quad \begin{cases} Q(a_1,\dots,a_m) = Q_2, \\ \phi_1(a_1,\dots,a_m) = 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \phi_{m-1}(a_1,\dots,a_m) = 0, \end{cases} \tag{5,6}$$

де $\mathbf{Q}_1$ і $\mathbf{Q}_2$ – деякі фіксовані значення функціонала $\mathbf{Q}$. У векторній формі ці системи приймуть вигляд

$$\begin{cases} F_1(a) = 0, \\ F_2(a) = 0, \end{cases} \tag{7}$$

де

$$F_i(a) = \begin{pmatrix} Q - Q_i \\ \phi_1 \\ \dots \\ \phi_{m-1} \end{pmatrix}, \ i = 1,2, \ \ a = (a_1,\dots,a_m)$$

Будемо припускати, що вектор – функція $\mathbf{F_i}(a)$ задовольняє наступним умовам:

1) функції $\mathbf{F_i}(a)$, i = 1,2, безперервно – диференційовані в кулі $\mathbf{O}(a_0, \mathbf{R})$ з центром у точці a_0 і радіусом $\mathbf{R}$;

2) у кулі $\mathbf{O}(a_0, \mathbf{R})$ існують зворотні матриці $(\mathbf{F_i}'(a))^{-1}$, i= 1,2, причому

$$\|((\mathbf{F_i}'(a_0))^{-1}\| \le b_0, \qquad \|((\mathbf{F_i}'(a_0))^{-1} * \mathbf{F_i}(a_0)\| \le \eta_0,$$

де $b_0>0$, $\eta_0>0$ – деякі додатні числа;

3) для будь-якої пари $a_1,a_2 \in \mathbf{O}(a_0,\mathbf{R})$ функція $\mathbf{F_i}'(a)$ задовольняє умові Ліпшица з константою $k>0$:

$$\|\mathbf{F_i}'(a_1) - \mathbf{F_i}'(a_2)\| \le k\, \|a_1 - a_2\|,$$

4) $h_0 = b_0 \cdot k \cdot \eta_0 \le 1/2$

5) $r_0 = \dfrac{1-\sqrt{1-2h_0}}{h_0} \cdot \eta_0 \le \mathbf{R} < \dfrac{1+\sqrt{1-2h_0}}{h_0} \cdot \eta_0$.

Тоді в кулі **O(a_0,r_0)** існує єдине рішення системи (7), що може бути знайдено ітеративним методом.

Нехай $a_1^* = (a_1^{(1)},\ldots,a_m^{(1)})$ і $a_2^* = (a_1^{(2)},\ldots,a_m^{(2)})$–рішення системи (7), тоді імовірність **P** улучення функціонала **Q** у заданий інтервал **(Q₁, Q₂)** за умови, що відомо спільну щільність розподілу ρ_a сукупності випадкових величин $(a_1,a_2,\ldots a_m)$,обчислюється по формулі

$$P(Q_1<Q<Q_2) = \int_{Q_1}^{Q_2}\rho_Q(\tau)d\tau = \int_{a_1^{(1)}}^{a_1^{(2)}}d\tau_1\int_{a_2^{(1)}}^{a_2^{(2)}}d\tau_2\ldots\int_{a_m^{(1)}}^{a_m^{(2)}}\rho_a(\tau_1,\ldots\tau_m)d\tau_m. \tag{8}$$

Якщо система (7) має k різних рішень

$$a_{jt}^{*(i)} = (a_{1t}^{(i)},\ldots,a_{mt}^{(i)}), \qquad i=1,2, t=1,\ldots k,$$

то за аналогією з (8) маємо:

$$P(Q_1<Q<Q_2) = \sum_{t=1}^{k}\int_{a_{1t}^{(1)}}^{a_{1t}^{(2)}}d\tau_1\int_{a_{2t}^{(1)}}^{a_{2t}^{(2)}}d\tau_2\ldots\int_{a_{mt}^{(1)}}^{a_{mt}^{(2)}}\rho_a(\tau_1,\ldots\tau_m)d\tau_m. \tag{9}$$

Тому що a_i, **i=1,…,m**,–незалежні в сукупності нормально розподілені випадкові величини, то

$$\rho_0(\tau_1,\ldots,\tau_m) = \prod_{i=1}^{m}\rho_{a_i}(\tau) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{m}{2}}}\prod_{i=1}^{m}\frac{1}{\sigma_i}e^{-\frac{(\tau-m_i)^2}{2\sigma_i^2}}, \tag{10}$$

де σ_i – середньоквадратичний розкид випадкової величини a_i.

З урахуванням (10) вираз (9) приймає вигляд:

$$P(Q_1<Q<Q_2) = \sum_{l=1}^{k}\prod_{i=1}^{m}\operatorname{erf}\left(\frac{a_{il}^{(2)}-m_i}{\sqrt{2}\sigma_i}\right)-\operatorname{erf}\left(\frac{a_{il}^{(1)}-m_i}{\sqrt{2}\sigma_i}\right). \tag{11}$$

Аналіз (11) показує, що **P(Q₁<Q<Q₂)** є функція m-змінних і допускає оптимізацію за критерієм **max P(Q₁<Q<Q₂)** у просторі R^{m+}.

На основі застосування розглянутого апарата вирішена задача розрахунку й оптимізації відсотка виходу добротних (придатних) напівпровідникових приладів.

Розподіл потенціалу в базовій області з змінною ємністю описується рівнянням Пуассона

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\alpha N(x), \ldots V(x_0) = \frac{dV}{dx} = 0, \ldots x = x_n, \tag{12}$$

де $\alpha = \frac{q}{\varepsilon_a}$, V – потенціал у точці x базової області, $N(x)$ – концентрація носіїв заряду, q – елементарний заряд, ε_a – абсолютна діелектрична проникливість середовища, x_0 – координата **p – n** переходу, x_n – координата границі збідненого шару в **n-області**.

Інтегрування (12) приводить до виразів для потенціалу $V(x_n)$ і напруженості електричного поля в **p – n** переході $E(x_n)$:

$$V(x_n) = \alpha\int_{x_0}^{x_n}(x-x_0)N(x)dx, \tag{13}$$

$$E(x_n) = \alpha\int_{x_0}^{x_n}N(x)dx \tag{14}$$

Від концентрації $N(x)$ залежать основні характеристики діода з змінною ємністю, такі, як добротність **Q**, що визначається за формулою

$$Q = \frac{x_1 - x_0}{\alpha_1 \int\limits_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\mu(N(x)) * N(x)} + \alpha_2}, \tag{15}$$

і вольт-фарадна характеристика

$$V(x) = \alpha \int\limits_{x_0}^{x} (t - x_0) N(t) dt, \qquad C(x) = \frac{\varepsilon_a S}{x - x_0}, \tag{16}$$

де $C(x)$ – ємність у точці $x \in (x_0, x_n)$, S – площа **p – n** переходу, $V(x_2) = V_{max}$,

$$x_1 = x_0 + \frac{\varepsilon_a S}{C_{max}}, \quad \alpha_1 = 2\pi f \varepsilon_a / q, \quad \alpha_2 = 2\pi f \varepsilon_n \rho_n W_n,$$

де f – частота ($f \geq 1$МГц), ρ_n – питомий опір, $W_п$ – товщина підкладки, $\mu(N)$ – рухливість носіїв заряду.

У силу технологічних особливостей виготовлення діодів, концентрація **N(x)** розподілу домішки залежить від ряду випадкових параметрів $a = (a_1, \ldots, a_m)$:

$$N(x) = N(x, u(t, a))$$

Звідси випливає, що добротність **Q** напруги пробою $V_п = V(x_п)$, де $x_п$ – координата області просторового заряду, при якій $E(x_п) = E_{кр}$ – критична напруженість електричного поля, а також ємність $C(x_1)$ і $C(x_2)$ при $V(x_1) = V_{min}$ і $V(x_2) = V_{max}$ є функцією від випадкових параметрів a. Технічне завдання на розробку і виготовлення діода містить обмеження на перераховані параметри:

$$Q_1 < Q < Q_2, \qquad V_п \geq V_р, \qquad C_{i1} < C(x_i) < C_{i2}.$$

Тому виникає задача розрахунку імовірності улучення випадкових величин **Q**, $V_п$ і $C(x_i)$ у задані інтервали в залежності від середньоквадратичних розкидів $\sigma_i = \sigma_{ai}$, а також оптимізації цих імовірностей за критерієм **max P**. За розрахованим значенням імовірностей визначаємо шукані значення відсотка виходу придатних діодів за формулами

$$P_a = 100 \times P(Q_1 < Q < Q_2),\ P_v = 100 \times P(V_п \geq V_p),\ P_{ci} = 100 \times P(C_{i1} < C(x_i) < C_{i2}). \tag{17}$$

Розглянемо застосування вищерозглянутого апарата для рішення задачі, що виникає в технологічному процесі виробництва надрізких варикапів при заданому розкиді питомого опору плівки. Розглянемо задачу розрахунку виходу придатних надрізких варикапів при 10% розкиді питомого опору плівки.

При планарнії технології виготовлення надрізких варикапів з використанням іонної імплантації донорів і акцепторів з наступною дифузією концентрація домішки в базовій області розподілена по такому закону:

$$N(x) = N_1 + \frac{F}{\sqrt{\pi} W} e^{-\frac{(x-R)^2}{W^2}} - N_0 e^{-\frac{x^2}{L^2}} \tag{18}$$

де N_1 – вхідна концентрація донорів у плівці, F – доза іоно-імплантованих донорів, W – їхня дифузійна довжина, R – довжина пробігу донорів, що проецирується, N_0 – поверхнева концентрація, L – дифузійна довжина дифузії акцепторів.

У процесі виготовлення діода параметри $\Omega = (N_1, F, W, N_0, L)$ здобувають властивості випадкових величин, розподілених за нормальним законом, причому їхні математичні сподівання відомі і дорівнюють оптимальним за деякими критеріями (номінальним значенням).

Розглянемо випадок, коли при визначених вхідних даних найбільш значимим є параметр N_1.

Отже, нехай N_1 – нормально розподілена випадкова величина з відомим математичним сподіванням $\mathbf{m_1}$ (у якості $\mathbf{m_1}$ можна взяти номінальне значення $\mathbf{N_1}$) з дисперсією $\sigma^2 = m_1^2/100$.

Тоді вираження (11) приймає вигляд:

$$P(\Theta_1 < \Theta < \Theta_2) = \operatorname{erf}\left(\frac{N(\Theta_2) - m_1}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{N(\Theta_1) - m_1}{\sqrt{2}\sigma}\right), \qquad (19)$$

де $\mathbf{N(\Theta_i)} = N_1$ при $\mathbf{\Theta = \Theta_i}$, $\mathbf{i = 1,2}$, $\mathbf{\Theta = \{Q, \mathit{V_п}, \mathit{C(x_1)}, \mathit{C(x_2)}\}}$.

Для розрахунку були прийняті наступні (номінальні) значення параметрів:

$m_1 = 2*10^{15}$ див$^{-3}$, F = 2 мкКл/див^2, $N_0 = 4*10^{20}$ див$^{-3}$, W = 0,9023 мкм, L = 0,2517 мкм, S = 81954 мкм^2, Екр = $3,5*10^5$ а/див, Vp = 30 В, $\varepsilon_a = 1,0543*10^{-10}$ ф/м, q = $1,60219*10^{-19}$ Кл, f = 50 МГц, $\rho_п = 0,003$ Ом*див, Wп = 170 мкм, Смах = 23,62 ПФ, Vmin = 2В, Vmax = 22В, $\mu(N) = 1340–140\ lq\ (N/2*10^{15})$, $x_0 = 0,7622$ мкм, $x_1 = 1,1279$ мкм.

Розрахуємо відсоток виходу придатних надрізких варикапів за добротністю.

Розв'язок системи (7):

$$V_{max} = \alpha \int_{x_0}^{x_n} (x - x_0) N(x) dx, \quad Q = \frac{x_1 - x_0}{\alpha_1 \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\mu(N(x)) * N(x)} + \alpha_2},$$

при $\mathbf{Q = Q_1 = 150}$ і $\mathbf{Q = Q_2 = 400}$ дає наступні значення:

$$N(Q_1) = 1,628 \times 10^{15}\ см^{-3},$$

$$N(Q_2) = 3,28 \times 10^{15}\ см^{-3}$$

Тоді відповідно до (19) маємо відсоток виходу за добротністю при $\sigma_Q = 2 \times 10^{14}$

$$P_Q = 100 \times P(Q_1 < Q < Q_2) = 96,8\%. \qquad (20)$$

Розрахуємо відсоток виходу придатних надрізких варикапів за пробивними напругами.

У цьому випадку система (7) приймає вигляд:

$$E_{кр} = \alpha \int_{x_0}^{x_n} N(x) dx, \quad V_п = \alpha \int_{x_0}^{x_n} (x - x_0) N(x) dx.$$

Її рішення при номінальних значеннях вихідних даних і при $\mathbf{\mathit{V_п} = \mathit{V_p}}$

$$\mathbf{N(V_p) = 2,296*10^{15}\ див^{-3}},$$

що приводить до наступного значення для відсотка виходу:

$$\mathbf{P_V = 100*P(V_п > V_p) = 93,0\%}.$$

Розрахуємо відсоток виходу придатних надрізких варикапів за вольт-фарадною характеристикою.

Для параметрів вольтів – фарадної характеристики система (7) має вигляд:

$$V(x_i) = \alpha \int_{x_0}^{x_i} (t - x_0) N(t) dt,$$

$$C(x_i) = \frac{\varepsilon_a S}{x_i - x_0}.$$

Тоді при $\mathbf{\mathit{C_{11}} = 23,4}$ **ПФ**, $\mathbf{\mathit{C_{12}} = 25,2}$ **ПФ** маємо:

$\mathbf{N(C_{11}) = 1,658*10^{15}\ см^{-3}}$, $\mathbf{N(C_{12}) = 4,99 \times 10^{15}\ см^{-3}}$ і

$\mathbf{P_{C1} = P(C_{11} < C(x_1) < C_{12}) = 95,6\%}$,

при $\mathbf{\mathit{C_{21}} = 2 \times 6}$ **ПФ**, $\mathbf{\mathit{C_{22}} = 2 \times 8}$ **ПФ** маємо:

$N(C_{21}) = 1{,}761\times10^{15}$**см**$^{-3}$, $N(C_{22}) = 2{,}042\times10^{15}$**см**$^{-3}$ і
$P_{C2} = P(C_{21} < C(x_2) < C_{22}) = 46{,}7\%$,
$P_C = P_{C1}\times P_{C2}/100 = 44{,}6\%$.
Унаслідок незалежності випадкових величин загальний відсоток виходу
$P = P_Q\times P_V\times P_C 10^{-4} = 40{,}2\%$.
Усі розрахунки проведені з використанням електронних таблиць EXCEL.

Висновки. Отримані результати можуть бути використані при побудові загальної теорії оптимізації параметрів керуючого впливу за імовірнісним критерієм, а також реалізовані на практиці при виготовленні напівпровідникових приладів.

Література

1. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения. М. – Л.: ОНТИ, 1935. – 386 с.
2. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. – М.Ж Наука. Глав. ред. физ.-мат. лит., 1981. – 486с.
3. Г. Дж. Кушнер. Стохастическая устойчивость и управление. М.Ж Мир, 1969. -200с.
4. А.Н.Мартынов, Н.А.Соколова. Управление развитием предприятия // Математические модели и современные информационные технологии. Сб. научн. тр. НАН Украины. Ин-т математики. – Киев, 1998. – С. 123-125.
5. В. Ходаков, Н. Соколова. Методология управления развития организационно-технических систем // "Інтернет–освіта–наука–2004", Збірник матеріалів IV міжнародної конференції ІОН-2004. – Т.2. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2004. – С.647-652.