А.П. МОТАЙЛО
Херсонська державна морська академія

ПРО ЗАДАЧУ ЧИСЕЛЬНОГО ІНТЕГРУВАННЯ ПО ОБЛАСТІ ОКТАЕДРА

При розв'язанні задач математичної фізики методом скінченних елементів (МСЕ) для об'ємних областей із використанням решіток тетраедрально-октаедральної структури існує задача вибору певного базису октаедра та формули чисельного інтегрування по даному багатограннику. Чисельний розв'язок задачі є розв'язком системи лінійних алгебраїчних рівнянь з коефіцієнтами, які є елементами матриць жорсткості та мас. Елементи локальних матриць жорсткості та мас знаходять інтегруванням добутків базисних функцій та їх похідних по області скінченного елемента (СЕ). Від точності кубатурних формул залежить точність розв'язку граничної задачі.

Чисельне інтегрування є невід'ємною частиною програмної реалізації МСЕ. Вибір певної кубатурної формули залежить від геометрії та порядку СЕ. Якщо розрахункова область дискретизована решіткою тетраедрально-октаедральної структури, існує задача побудови кубатурних формул по октаедру, який не включено до бібліотеки СЕ відомих програмних комплексів. Питання чисельного інтегрування по області тетраедра докладно описано в роботах [1, 2] та використовується при алгоритмізації МСЕ сучасними системами скінченно-елементного аналізу.

При дискретизації розрахункової області лінійними октаедром та тетраедром задачу чисельного інтегрування по області октаедра частково розв'язано. Побудовані кубатурні формули для обчислення локальної матриці жорсткості для октаедра з кусково-лінійним, тригонометричним та поліноміальними другого порядку базисами. Кубатурна формула для обчислення елементів локальної матриці мас побудована для октаедра з тригонометричним базисом. Кубатурні формули для октаедра з тригонометричним та поліноміальними другого порядку базисами є точними, відповідно, для тригонометричного окремого виду та алгебраїчного третього порядку поліномів та містять мінімальну кількість вузлів інтерполяції.

У даній роботі побудовано кубатурну формулу для квадратичного октаедра з поліноміальним четвертого порядку базисом [3]. Дана формула є точною для алгебраїчних тривимірних поліномів сьомого порядку та має два різних набори координат вузлів та вагових коефіцієнтів. Отримано оцінку залишкового члена кубатурної формули для підінтегральних функцій, які належать класу $C^8(\Omega)$. Теоретичні результати перевірено при обчисленні елементів локальної матриці жорсткості для системи поліноміальних четвертого порядку базисних функцій квадратичного октаедра. За результатами обчислень визначено оптимальну за точністю кубатурну формулу для знаходження елементів локальної матриці жорсткості квадратичного октаедра з поліноміальними четвертого порядку базисними функціями. Вагові коефіцієнти даної формули є додатними, одна з чотирьох груп вузлів інтерполяції не належить області октаедра.

Побудована кубатурна формула може бути застосована при розв'язанні граничних задач математичної фізики для об'ємних областей, які дискретизовані решіткою тетраедрально-октаедральної структури.

1. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. Москва, 1975. 541с.
2. Пинежанинов Ф. Интегрирование конечных элементов. URL: http://old.exponenta.ru/soft/mathemat/pinega/a8/a8.asp#3 (дата звернення: 13.07.2020).
3. Мотайло А.П. Побудова гармонічного базису квадратичного октаедра. *Сучасні технології промислового комплексу*: матеріали V Міжнародної науково-практичної конференції (Херсон, 10−15 вересня 2019 р.). Херсон: ХНТУ, 2019. С.178−180.