УДК 681.5

А.В. Букетов, д.т.н., проф.
Л.В. Кравцова, к.т.н., доц.
А.П. Пірог, аспір.
Херсонська державна морська академія

ПРОГНОЗУВАННЯ ДЕФОРМАЦІЙНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЕПОКСИДНИХ КОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ

Методом математичного моделювання отримано параметри залежності абсолютної деформації зразків з епоксидних композитних матеріалів від вмісту наповнювача діоксиду цирконію під дією навантаження. Встановлено аналітичну залежність абсолютної деформації зразків від попередньо заданого вмісту наповнювача у композитах. Спрогнозовано деформаційні властивості матеріалів для інших значень вмісту наповнювача.

Ключові слова: *прогнозування властивостей, композитні матеріали, математичне моделювання.*

Постановка завдання. Працездатність конструкцій багато в чому визначається деформаційними властивостями зразків з композитних матеріалів. У процесі експлуатації конструкції, що виготовлені з епоксидних композитних матеріалів (ЕКМ), знаходяться під дією зовнішніх впливів – навантаження, температура, а також дія агресивних середовищ. Це може призвести до зниження експлуатаційних характеристик матеріалів і надалі – до їх руйнування. Виходячи з цього, одним із важливих завдань, які ще не достатньо вирішені на сьогодні, є прогнозування робочих характеристик ЕКМ. Вирішення даного завдання дозволить визначати допустиму область застосування композитів, що є досить актуальною, з практичної точки зору, проблемою.

Аналіз останніх досліджень і публікацій Сучасні методи оцінки і прогнозування деформаційних властивостей ЕКМ ґрунтуються на математичному моделюванні процесів, що відбуваються матеріалах під дією навантаження. Так, у [1] розглянуті властивості полімерних композитів, що використовують у будівельній індустрії у вигляді покриттів. У [2] розглянуто питання прогнозування та управління структурою і властивостями композитів на металевій основі та матеріалів з покриттями. Композитні матеріали інтенсивно використовують в усіх сферах виробництва, а питання зміни їх властивостей в результаті деформації додатково розглянуто у [1, 3, 4].

Попередньо [5, 6] на основі результатів експерименту було встановлено залежності абсолютної деформації ЕКМ з обраним вмістом наповнювача від тривалості впливу статичного навантаження. За показниками деформації зразків визначали стан систем та їх імовірнісні характеристики.

Мета роботи – на основі експериментальної залежності абсолютної деформації зразків від попередньо заданого вмісту наповнювача в ЕКМ спрогнозувати деформацію зразків із композитів з іншим вмістом часток наповнювача діоксиду цирконію.

Матеріали дослідження. На попередньому етапі в результаті експерименту отримали залежності абсолютної деформації зразків від величини навантаження для ЕКМ з різним вмістом наповнювача. Випробовували зразки за методикою дослідження матеріалів на згин згідно з ГОСТ 9550-81. Параметри зразків: довжина l = 120±2 мм, ширина b = 15±0,5 мм, висота h = 10±0,5 мм. Як матеріали для дослідження взято зразки епоксидних композитів, які формували на основі олігомеру ЕД-20 (100 мас. ч.) та твердника ПЕПА (10 мас. ч.). До зв'язувача поетапно додавали наповнювач (частки діоксиду цирконію ZrO_2) в кількості від 10 до 80 мас. ч.

На основі серії експериментів отримано значення деформації зразків під впливом навантаження при різному вмісті наповнювача. У таблиці 1 наведено результати залежності залежності абсолютної деформації (ΔL, мм) ЕКМ від величини навантаження (P, Н).

Таблиця 1

Залежність абсолютної деформації ЕКМ від навантаження

q, мас. ч. \ P, Н	100	150	200	250	300	350	400
10	1,06	1,21	1,33	1,47	1,6	1,77	1,95
20	1,11	1,31	1,47	1,66	1,86	2,06	2,25
40	1,13	1,22	1,33	1,53	1,67	1,82	1,97

60	1,09	1,23	1,35	1,44	1,68	1,73	1,87
80	1,01	1,06	1,19	1,29	1,39	1,51	1,63

Примітка: P – навантаження на зразок; q – вміст наповнювача; загальний час експерименту t = 40 с

Сформулюємо наступне завдання. За даними таблиці залежності абсолютної деформації (ΔL) від вмісту наповнювача (q = 10, 20, 40, 60 мас. ч. на 100 мас. ч. епоксидної смоли) у ЕКМ спрогнозувати значення абсолютної деформації для композитів із вмістом часток 70 і 80 мас. ч. на 100 мас. ч. епоксидної смоли.

Враховуючи вплив випадкових факторів, неминучих при проведенні експерименту, нівелюємо дані таблиці. Одним з емпіричних методів нівелювання є метод змінної середньої. Цей метод полягає в заміні абсолютних (отриманих в результаті вимірювань) значень деформації їх середніми арифметичними значеннями для сусідніх показників вмісту наповнювача (згладжування ряду за допомогою змінної середньої):

$$\Delta L_{cp}^{j} = \frac{\Delta L_{i}^{j} + \Delta L_{i+1}^{j}}{2}, \qquad (1)$$

де ΔL_{cp}^{j} – опосередковане значення деформації для вибраного значення напруги F_j, ΔL_i^j – значення деформації зразка для i-го рівня вмісту наповнювача, ΔL_{i+1}^{j} – значення деформації зразка для (i + 1)-го рівня вмісту наповнювача.

Відповідно, опосередковане значення деформації ЕКМ наведені у таблиці 2.

Таблиця 2

Опосередковані значення деформації зразків

q, мас. ч. \ P, Н	100	150	200	250	300	350	400
10	1,085	1,26	1,4	1,565	1,73	1,915	2,1
20	1,12	1,265	1,4	1,595	1,765	1,94	2,11
40	1,11	1,225	1,34	1,485	1,675	1,775	1,92
60	1,09	1,23	1,35	1,44	1,68	1,73	1,87

Показано (табл. 2), що вимірювання деформації проводили при вмісті наповнювача в ЕКМ q = 10, 20, 40, 60 мас. ч. на 100 мас. ч. епоксидної смоли. Для прогнозування деформації ЕКМ при вмісті наповнювача в ЕКМ q = 70, 80 мас. ч. на 100 мас. ч. епоксидної смоли використовували інтерполяційний поліном Лагранжа [7]. Оскільки залежність деформації зразка від вмісту наповнювача в ЕКМ отримана в результаті експерименту в табличній формі, тобто відомі її значення у вузлах інтерполяції, побудуємо аналітичну функцію $G(x)$ (окремо для кожного значення навантаження P), значення якої у вузлах інтерполяції збігаються з табличними значеннями у тих же вузлах: $G(x_i) = y_i$. Знайдемо функцію у вигляді лінійної комбінації деяких функцій:

$$G(x) = \sum_{k=1}^{n+1} a_k \varphi_k(x), \qquad (2)$$

де $\varphi_k(x)$ – задані функції, а a_k – шукані коефіцієнти.

З постановки задачі інтерполяції, тобто з умови $G(x_i) = y_i$, випливає, що коефіцієнти a_k визначаються як рішення системи рівнянь:

$$\sum_{k=1}^{n+1} a_k \varphi_k(x_j) = y_j, \quad j = 1,2,\dots n+1, \qquad (3)$$

або в розгорнутій формі:

$$\begin{cases} a_1\varphi_1(x_1) + a_2\varphi_2(x_1) + \dots + a_{n+1}\varphi_{n+1}(x_1) = y_1; \\ a_1\varphi_1(x_2) + a_2\varphi_2(x_2) + \dots + a_{n+1}\varphi_{n+1}(x_2) = y_2; \\ \dots\dots \\ a_1\varphi_1(x_{n+1}) + a_2\varphi_2(x_{n+1}) + \dots + a_{n+1}\varphi_{n+1}(x_{n+1}) = y_{n+1}. \end{cases} \qquad (4)$$

Для розв’язання цієї системи необхідно і достатньо, щоб їх визначник не дорівнював нулю:

$$\begin{vmatrix} \varphi_1(x_1) & \varphi_2(x_1) & \ldots & \varphi_{n+1}(x_1) \\ \varphi_1(x_2) & \varphi_2(x_2) & .. & \varphi_{n+1}(x_2) \\ ..... & .... & & \\ \varphi_1(x_{n+1}) & \varphi_2(x_{n+1}) & .... & \varphi_{n+1}(x_{n+1}) \end{vmatrix} \neq 0 . \quad (5)$$

У вигляді системи функцій обираємо поліноми за ступенями *x*, а саме, $\varphi_1(x) = 1$, $\varphi_2(x) = x$, $\varphi_3(x) = x^2$,... $\varphi_{n+1}(x) = x^n$. Тоді відповідний інтерполянт є інтерполяційним поліномом. Оскільки усі вузли інтерполяції в нашому випадку різні, визначник системи алгебраїчних рівнянь для знаходження коефіцієнтів a_k :

$$\begin{vmatrix} x_1^0 & x_1^1 & .... & x_1^n \\ x_2^0 & x_2^1 & .... & x_2^n \\ .... & & & \\ x_{n+1}^0 & x_{n+1}^1 & .... & x_{n+1}^n \end{vmatrix} \quad (6)$$

є визначником Вандермонда [8], який, як відомо, дорівнює

$$\Delta_B = \prod_{\substack{j-1 \\ i \rangle j}}^{n+1} \left(x_i - x_j\right), \quad (7)$$

і, отже, відмінний від нуля. Оскільки матриця коефіцієнтів невироджена, розв'язок системи існує і притому єдиний.

У нашому випадку будемо використовувати інтерполяційний поліном у формі Лагранжа, а саме:

$$L_n(x) = \sum_{k=1}^{n+1} y_k \Phi_k(x) , \quad \text{де} \quad \Phi_k(x) = \prod_{\substack{j=1,2,\ldots n+1 \\ j \neq k}} \frac{x - x_j}{x_k - x_j} . \quad (8)$$

Для інтерполяції табличної функції, що є залежністю деформації зразків від різних значень навантаження, будемо використовувати інтерполяційний поліном у формі Лагранжа:

$$L_n(x) = \sum_{k=1}^{n+1} y_k \prod_{\substack{j=1.2.\ldots n+1 \\ j \neq k}} \frac{x - x_j}{x_k - x_j} . \quad (9)$$

При цьому похибка інтерполяції ε не перевищує величини

$$\varepsilon = \left| f(x) - L_n(x) \right| \leq \frac{M_{n+1}}{(n+1)!} \left| \omega_{n+1}(x) \right| , \quad (10)$$

де $\omega_{n+1}(x) = (x - x_1)(x - x_2)\ldots(x - x_{n+1})$, $x_1, x_2, \ldots x_{n+1}$ – вузли інтерполяції, $M_{n+1} = \sup\limits_{x \in [a,b]} \left| f^{(n+1)}(x) \right|$ – оцінка зверху помилки інтерполяції.

Обчислимо коефіцієнти Лагранжа $\Phi_k(x)$ за формулою (9) для табличних значень деформації (табл. 2) при кожному фіксованому значенні навантаження; вузли інтерполяції *q* = 10, 20, 40, 60 мас. ч.:

$$\Phi_k(x) = \\ = \prod_{\substack{j=1,2,\ldots n+1 \\ j \neq k}} \frac{x - x_j}{x_k - x_j} = \frac{(x - x_1)(x - x_2)\ldots(x - x_{k-1})(x - x_{k+1})\ldots(x - x_{n+1})}{(x_k - x_1)(x_k - x_2)\ldots(x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1})\ldots(x_k - x_{n+1})} . \quad (11)$$

Оскільки поставлена задача екстраполяції, тобто прогнозування, у вигляді вузлів візьмемо *x* = 70 та *x* = 80 (мас. ч.). Для *x* = 70 отримані наступні значення коефіцієнтів: $\Phi_1(x) = -1$; $\Phi_2(x) = 2{,}25$; $\Phi_3(x) = -2{,}5$; $\Phi_4(x) = 2{,}25$. Тоді результати прогнозування запишемо у таблиці 3.

Таблиця 3

Прогнозування значень деформації ЕКМ при вмісті наповнювача q = 70 мас. ч.

P, Н / *q*, мас. ч.	100	150	200	250	300	350	400
10	1,06	1,21	1,33	1,47	1,6	1,77	1,95

20	1,085	1,26	1,4	1,565	1,73	1,915	2,1
40	1,12	1,265	1,4	1,595	1,765	1,94	2,11
60	1,11	1,225	1,34	1,485	1,675	1,775	1,92
70 (прогнозування)	1,07875	1,21875	1,335	1,405	1,64875	1,6825	1,82

Для $x = 80$ отримані наступні значення коефіцієнтів: $\Phi_1(x) = -3{,}2$; $\Phi_2(x) = 7$; $\Phi_3(x) = -7$; $\Phi_4(x) = 4{,}2$. Результати прогнозування наведено в таблиці 4.

Таблиця 4

Прогнозування значень деформації ЕКМ при концентрації наповнювача q = 80 мас. ч.

q, мас. ч. \ *P*, Н	100	150	200	250	300	350	400
10	1,06	1,21	1,33	1,47	1,6	1,77	1,95
20	1,085	1,26	1,4	1,565	1,73	1,915	2,1
40	1,12	1,265	1,4	1,595	1,765	1,94	2,11
60	1,11	1,225	1,34	1,485	1,675	1,775	1,92
80 (прогнозування)	1,025	1,238	1,372	1,323	1,67	1,616	1,75

Оцінимо достовірність прогнозування, використовуючи результати експерименту для вмісту часток $q = 80$ мас.ч. (табл. 1). Розрахунки показали, що відхилення розрахункових значень деформації від табличних $\Delta L^{P}_{\text{расч}} - \Delta L^{\text{P}}_{\text{табл}} > 0$ для усіх значень навантаження *P*, що свідчить про деякий запас міцності зразка. Дисперсія отриманих результатів $D = \sum (\Delta L^{P}_{\text{расч}} - \Delta L^{\text{P}}_{\text{табл}})^2$ складає $D = 0{,}1711$, що є допустимим значенням для проведеного експерименту. Таким чином, аналізуючи результати залежності деформації від навантаження зразків при вмісті наповнювача в ЕКМ – $q = 10$, 20, 40, 60 мас. ч., спрогнозували деформацію матеріалів при вмісті часток в ЕКМ – $q = 70$, 80 мас. ч.

Висновки. Методом математичного моделювання отримано параметри залежності абсолютної деформації зразків від вмісту наповнювача діоксиду цирконію під дією навантаження. Спрогнозовано деформацію ЕКМ із вмістом наповнювача $q = 70$, 80 мас. ч. при дії сили навантаження $P = 100\ldots400$ Н. Отримано оцінку максимальної похибки розрахунку.

Список використаної літератури:

1. *Воронов А.Г.* Эпоксидные полимеррастворы для ремонта и защиты строительных изделий : учебное пособие / *А.Г. Воронов, В.П. Ярцев.* – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2006. – 92 с.
2. *Балахонов Р.Р.* Иерархическое моделирование неоднородной деформации и разрушения материалов композиционной структуры / *Р.Р. Балахонов* // Физическая мезомеханика. – 2005. – Т. 8. – № 3. – С. 107–128.
3. *Храмченко С.Н.* Композиционные материалы терапевтической стоматологии : учеб.-метод. пособие / *С.Н. Храмченко, Л.А. Казеко.* – Минск, 2007. – 20 с.
4. *Гращенков Д.В.* Стратегия развития композиционных функциональных материалов / *Д.В. Гращенков, Л.В. Чурсова* // Авиационные материалы и технологии. – 2012. – № 8. – С. 231–242.
5. *Кравцова Л.В.* Определение вероятностей напряженного состояния эпоксидных композитных материалов под воздействием статической нагрузки / *Л.В. Кравцова, А.В. Букетов, А.П. Пирог* // Искусственный интеллект. – Донецк, 2013. – № 3(61). – С. 355–363.
6. *Букетов А.В.* Лінійне програмування властивостей епоксидних композитних систем / *А.В. Букетов, Л.В. Кравцова, А.П. Пірог* // Наукові нотатки. – Луцьк, 2012. – № 38. – С. 15–24.
7. *Прасолов В.В.* Задачи и теоремы линейной алгебры / *В.В. Прасолов.* – М., 2008. – 265 с.

БУКЕТОВ Андрій Вікторович – доктор технічних наук, завідувач кафедри експлуатації суднових енергетичних установок та загальноінженерної підготовки державної морської академії.

Наукові інтереси:

- математичне моделювання;
- оптимізація систем;
- прогнозування властивостей ЕКМ.

КРАВЦОВА Людмила Володимирівна – кандидат технічних наук, завідувач кафедри інформаційних технологій, комп'ютерних систем і мереж Херсонської державної морської академії.

Наукові інтереси:
- математичне моделювання;
- оптимізація систем;
- прогнозування властивостей ЕКМ.

ПІРОГ Алла Петрівна – аспірант кафедри технічної механіки, інженерної та комп'ютерної графіки Херсонської державної морської академії.

Наукові інтереси:
- математичне моделювання;
- оптимізація систем;
- прогнозування властивостей ЕКМ.

Стаття надійшла до редакції 04.12.2013