УДК 004.378

П.С. НОСОВ, канд. техн. наук,ст. преп. ОНПУ, Одесса
Ю.И. КОСЕНКО, преп. Херсонского политехнического колледжа
М.С. САФОНОВ, преп. Херсонского политехнического колледжа

МОДЕЛЬ НАХОЖДЕНИЯ ОПТИМУМА ЗНАНИЙ-УМЕНИЙ СТУДЕНТА В УСЛОВИЯХ ИНДИВИДУЛИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ

Досліджена роль обмежень по часу засвоєння знань студентами в навчальному процесі. Запропоновані підходи знаходження оптимального режиму подачі навчального матеріалу для кожного студента.
Ключові слова: оптимізація вчення, моделювання діяльності, прогноз.

Исследована роль временных ограничений усвоения знаний студентами в учебном процессе. Предложены подходы нахождения оптимального режима подачи учебного материала для каждого студента.
Ключевые слова: оптимизация обучения, моделирования деятельности, прогноз.

The role of temporal limitations of mastering of knowledge's students is investigational in an educational process. Offered approach finding of the optimum mode of serve of educational material for every student.
Keywords: optimization of teaching, designs of activity, prognosis.

Введение

Индивидуально-ориентированный подход в учебном процессе набирает все больший приоритет в области информатизации образования [1]. Современные тенденции построения математических моделей управления учебным процессом уже не могут основываться на стационарных подходах.

Решения задачи оптимального управления индивидуальным процессом обучения (ИПО) усложняется факторами, которые изменяют свои значения со временем. Как следствие необходимо ввести временные преобразователи, характеризующие модель оптимального управления ИПО как динамическую.

Введем временные преобразователи:

V1(t) – объем учебного материала для обучения,

V2(t) – объем усвоенного материала субъектом обучения (СО),

T(t) – темпы обучения,

L(t) – уровень усвоение материала (СО),

I – коэффициент интереса СО,

F – коэффициент забывания СО,

M(t) – оптимальный временной интервал усвоения материала СО.

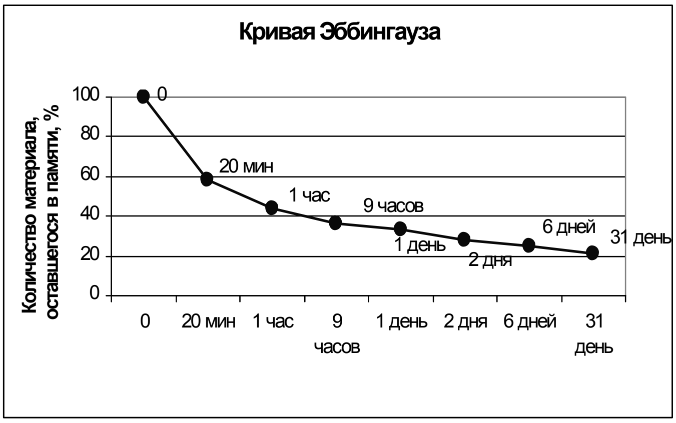

Рис. 1. Кривая Эббингауза

2. Классификация существующих методов исследований

Согласно Эббингаузу осмысленный материал запоминается в 9 раз быстрее и если обучаемый уверен, что материал ему пригодиться - он запоминает быстрее. Так как основная часть материала забывается уже в первые 10 часов, то целесообразно предположить прямую зависимость уровня усвоения знаний от уровня доступности материала и его понимания для субъектов обучения. Следовательно, можно говорить о зависимости:

$$L_{(t)} = \int_0^T k\frac{I}{F}d(t), \tag{1}$$

где k - поправочный коэффициент доступности материала.

На рис.2 представлена модель взаимодействия временных преобразователей и процесса индивидуального обучения.

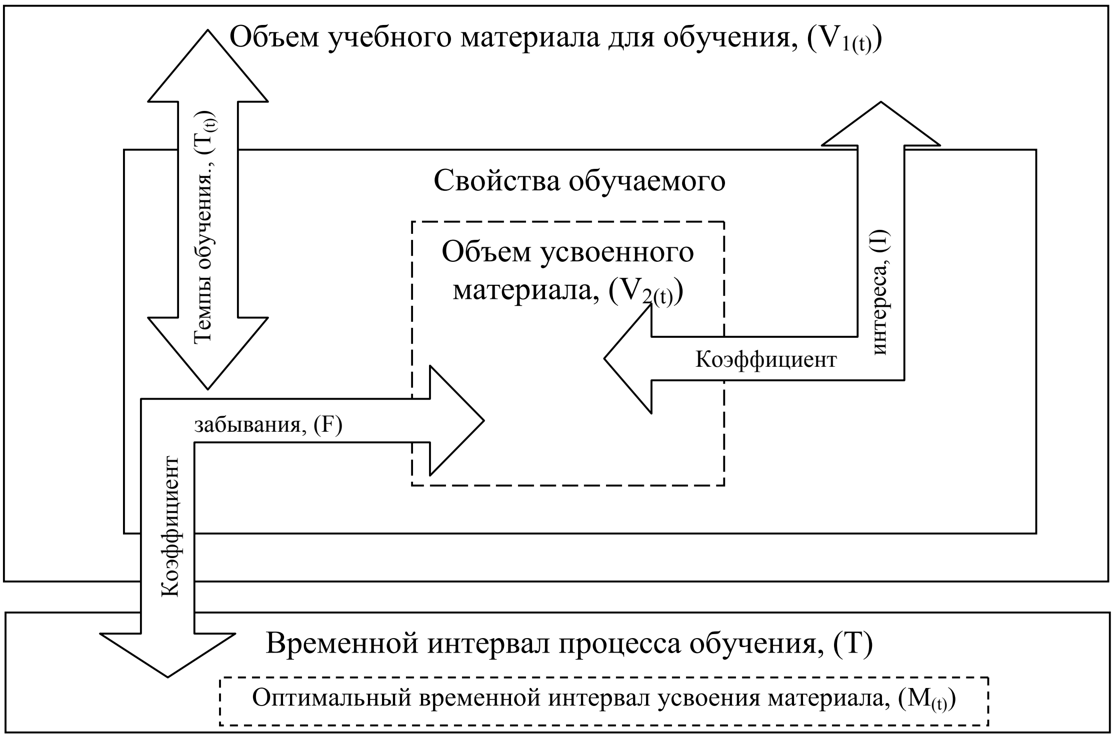

Рис. 2. Модель взаимодействия временных преобразователей

Введение преобразователей опишем системой дифференциальных уравнений, описывающих динамику изменения состояния ИПО:

$$\dot{V}_1 = T - L, V_{1(0)} = 0; \dot{V}_2 = L - IV_2, V_{2(0)} = 0 \tag{2}$$

Интегральная зависимость от предшествующих состояний ИПО, δ описывается следующими уравнениями:

$$L_{(t)} = V_{1(t)}\int_{a<b} q(a,b,t)dm(t); \ \theta(\alpha, \beta, t)=\delta[\theta 0(\alpha,\beta)]c(t), \tag{3}$$

где: θ, α, β – пороговые числа конечномерного пространства состояний ИПО, а δ – оператор регулировки.

Постановка задания

Примем, что темпы обучения ограничены T0, T(t)∈[0;T0]. Предположим, что оптимальное состояние ИПО находится на промежутке: [0<φ<U0].

Тогда, J(φ),определяется равенством:

$$J(f) = \int_0^T (M_{(t)} L_{(t)} - T_{(t)} - IV_{1(t)})dt\ . \tag{4}$$

Переход к состоянию ИПО, сводится к оптимальному управлению, при котором функционал J(φ)$\rightarrow$ max, J(φ)>0. Дальнейшее решение задачи будет основываться на принципе максимума Понтрягина и функции Гамильтона [2]:

$$H(V_1,V_2,L,g_1,g_2,T,M) = T(g_1+1) + L(g_2 - g_1 - M) + Ig_2V_2 + FV_1, \tag{5}$$

где γ1(t), γ2(t) – функции баланса системы. В зависимости от знака минимум достигается при T≡T0 или T=0:

$$T_{(t)} = \begin{cases} 0, \gamma_{1(t)} + 1 > 0; \\ T_0, \gamma_{1(t)} + 1 < 0. \end{cases} \tag{6}$$

Для нахождения минимума функции выполним ряд дифференциальных исчислений, в результате чего:

$$M_{(t)} = \begin{cases} \frac{1}{3}(\gamma_2 - \gamma_1 + \sqrt{(\gamma_1-\gamma_2)^2 + 6\alpha^2}),\ если\ \gamma_1 - \gamma_2 > 0; \\ \frac{2(\gamma_1-\gamma_2) + \alpha\sqrt{6}}{3},\ если\ \gamma_2 - \gamma_1 > 0. \end{cases} \tag{7}$$

Таким образом получаем гамильтониан:

$$H'_{(t)} = H'(V_1,V_2,g_1,g_2) = H'(g_1+1) - (g_1 - g_2 + M')L(M') - Ig_2V_2 + IV_1 \tag{8}$$

При этом функции баланса γ1(t) и γ2(t) описываются производными:

$$\gamma_1 = -\frac{\partial H'}{\partial V_1} = -F + \int_{\alpha<\beta} \theta(\alpha,\beta,t)d\mu_{(t)}; \tag{9}$$

$$\gamma_2 = -\frac{\partial H'}{\partial V_2} = I\gamma_2 \qquad \text{при: } \gamma1(\varphi)=0,\ \gamma2(\varphi)=0. \tag{10}$$

Решение уравнения описывается следующей зависимостью:

γ2(t) ≡ 0, 0 ≤ t ≤ φ .

Для нахождения оптимума необходимо определить условия, обеспечивающие существование функций M(t), γ1(t), удовлетворяющих уравнению (8) и краевому условию (10). Необходимо найти статическую точку $(W_M)_{(t)}$:

$$(W_M)_{(t)} = \frac{2}{3}\int_t^{\phi}\left(\int_{\alpha<\beta} \delta[\theta_0(\alpha,\beta)]M(\tau)d\mu(\tau)\right)d\tau + \frac{a\sqrt{6}}{3}\ . \tag{11}$$

Статическая точка $(W_M)_{(t)}$, является оптимальным временным интервалом усвоения материала СО в момент t, что обеспечивает максимальное значение уровня знаний-умений СО на данном этапе обучения.

Однако, в ходе моделирования также следует учитывать такой показатель как функциональная энтропия СО. Энтропию, как скорость обучаемости СО, лучше рассматривать через субъективные предпочтения, распределённые на множестве альтернатив [3].

Введём субъективно-вероятностную модель, в которой функция предпочтения зависит от функции вероятностного распределения.

Пусть Sa|δ0- множество альтернатив размерности N, исходное состояние $s_0 \in S_a|s_0$, а функция $\text{P}(s_i)$ задаёт распределение предпочтений на $S_a|s_0$.

Далее будем использовать энтропию в форме Больцмана:

$\text{H}_k = -\sum_{i=1}^{N} \text{P}(s_i)\ln \text{P}(s_i)$; $s_i \in S_a|s_0$:

1) если значение $\text{P}(s_i)$ одинаковы, альтернативы являются одинаково предпочтительными $\sum_{i=1}^{N} \text{P}(s_i) = 1$;

2) при сингулярном распределении (функция в определённой точке стремится к бесконечности), когда предпочтения всех альтернатив равно нулю, за исключением предпочтения одной альтернативы, величина которой – единица:

$$\Pi(\sigma_i) = \begin{cases} 0, i \neq k \\ 1, i = k \end{cases} \qquad (i \in \overline{1,N}),$$ энтропия равна 0.

3) субъективная энтропия всегда положительна.

Пусть множество $S_a|s_0$ содержит k классов эквивалентности и L_s есть количество альтернатив в s-ом классе, а P_{L_s} - величина функции предпочтения элементов (альтернатив), принадлежащих этому классу. Тогда энтропия имеет вид:

$$\text{H}_k^N = -\sum_{s=1}^{k} L_s \Pi_{L_s} \ln \Pi_{L_s} \; (k \in \overline{1,\text{N}}).$$

Или, обозначая $\text{P}_s = L_s \text{P}_{L_s}$,- «предпочтение класса»,

$$\text{H}_\text{P}^k = -\sum_{s=1}^{k} \text{P}_s \ln \text{P}_s - \sum_{s=1}^{k} \text{P}_s \ln L_s;\; s_i \in S_a\Big|_{s_0}. \qquad (12)$$

Первое слагаемое всегда положительно и представляет собой энтропию предпочтений на классах, второе слагаемое всегда отрицательное - это взвешенная по предпочтениям энтропия размеров классов.

Энтропия H_P^k при заданном $k < \text{N}$ достигает максимума, если P_s одинаковы и равны $\frac{1}{k}$. Действительно из общего условия нормировки следует

$$\sum_{i=1}^{\text{N}} \text{P}(s_i) = \sum_{s=1}^{k} \text{P}_{L_s} L_s = 1 \Rightarrow \sum_{s=1}^{k} \text{P}_s = 1$$

и при условии $\text{P}_s = \frac{1}{k}$ для $\forall s \in \overline{1,\text{N}}$ находим из (12):

$$\text{H}_\Pi^\text{K} = \frac{1}{k}(k \ln k - \ln(L_1 L_2 \cdot \ldots \cdot L_k)) = \ln k - \ln \sqrt[k]{L_1 L_2 \cdot \ldots \cdot L_k}. \qquad (13)$$

Из этой формулы видно, что H_P^k достигает максимума при $k = N$. В таком случае $L_s = 1 \quad \forall s \in \overline{1,\text{N}}$ и второе слагаемое обращается в ноль. Следовательно, $\text{H}_\text{P}^\text{K}(k < N) < \text{H}_\text{P}^N$ и $\text{H}_\text{P}^\text{K}(k = N) = \text{H}_\text{P}^N = \ln N$.

Как видим, наличие классов эквивалентности таких, что хотя бы одно из $L_s > 1$ приводит к уменьшению энтропии.

В нашем случае, энтропия максимальна, когда число классов эквивалентности $k = \text{N}$ для $\forall s \in \overline{1,\text{N}}$.

Субъективную энтропию можно использовать как количественную характеристику психического состояния СО.

Допустим, что уровень энтропии предпочтений, являясь уровнем неопределённости интересов в обучающем пространстве, характеризует степень психической напряжённости. При этом, чем выше субъективная энтропия, тем выше эта напряжённость. Максимальная энтропия $\ln N$ может служить одним из критериев интеллекта, поскольку определяется через количество одновременно рассматриваемых альтернатив.

Вывод

Следовательно, можно сделать вывод, что для каждого субъекта обучения j существует предельная, психически «переносимая» им энтропия H^{*}_{pj} такая, что индивидуальная энтропия не может превысить этот предел. Результатом достижения предела H^{*}_{pj} должна явиться модификацией множества альтернатив S_a либо перераспределение предпочтений.

Список литературы: 1. *П.С. Носов, Ю.І Косенко*. Нечіткі моделі і методи ідентифікації та прогнозу стану інформаційної моделі студента // Межвузовский журнал "Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы". — Херсон: ХНТУ. №1(25)2010. – С. 26-30. 2. *А. В. Арутюнов, Г. Г. Магарил-Ильяев*, В. М. Тихомиров. Принцип максимума Понтрягина. Доказательство и приложения. – Факториал Пресс, 2006. – 144 с. 3. *В.О. Касьянов.* Субъективный анализ. – НАУ, 2007. – 512 с.

Поступила в редколегию 25.05.2011

УДК 621.039.7.001.2

А.В.ЯЦИШИН, канд.техн. наук, Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України, Київ

ЕКОЛОГІЧНА БЕЗПЕКА ТЕХНОГЕННО-НАВАНТАЖЕНИХ РЕГІОНІВ: АСПЕКТИ УПРАВЛІННЯ

Розглянуто основні етапи побудови загальної схеми управління екологічною безпекою. Описано складові моніторингу виконання управлінських рішень.
Ключові слова: екологічна безпека, управління, стратегія

Рассмотрены основные этапы построения общей схемы управления экологической безопасностью. Описаны составляющие мониторинга выполнения управленческих решений.
Ключевые слова: экологическая безопасность, управление, стратегия

The main stages of building a framework of environmental safety. We describe the components of monitoring the implementation of management decisions.
Keywords: environmental security, management, strategy

Вступ

Проблемам ефективного управління рівнем екологічної безпеки присвячено багато досліджень, серед яких варто відзначити, насамперед, праці таких вчених як, Г.В. Лисиченко, В.М. Шмандій, Я.О. Адаменко, В.Г. Старчак, Є.Г. Аверін, Є.Н. Варламов, В.Ю. Некос, В.Б. Мокін, Г.О. Статюха, А.Г. Шапар, А.Б. Качинський, С.В. Руденко та інші.

Під комплексним вирішенням задач ефективного управління рівнем екологічної безпеки урбанізованих екосистем в умовах техногенного забруднення будемо розуміти розробку та деталізацію алгоритму для визначення